seit 1558

Friedrich-Schiller-Universität Jena

Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät
Lehrstuhl für Empirische und
Experimentelle Wirtschaftsforschung
Prof. Oliver KirchkampStatistik II, Mai 2008

Klausur Statistik II
Mai 2008

Name:

Matrikelnummer:

Studiengang:

- Tragen Sie bitte oben Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer, und Ihren Studiengang ein.
- Lösen Sie die Aufgaben auf den ausgeteilten Blättern, schreiben Sie lesbar und begründen Sie alle Ihre Antworten.
- Bearbeiten Sie die Klausur bitte in zwei Stunden und ohne Hilfsmittel.

  Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	3	5	7	5	4	10	16	10	60
erreichte Punkte									

Aufgabe 1 [3 Punkte]: Sei X eine binomialverteilte Zufallsvariable mit Stichprobengröße 6 und Erfolgswahrscheinlichkeit 0,85. Die folgende Tabelle gibt die Verteilungsfunktion $P(X = x)$ und die kumulierte Verteilungsfunktion $F(x) = P(X < x)$ an:

x	0	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	0.00001	0.00039	0.00549	0.04145	0.17618	0.39933	0.37715
$F(x) = P(X < x)$	0	0.00001	0.0004	0.00589	0.04734	0.22352	0.62285

(a) Bestimmen Sie das 25% Quantil von X.

Da $P(X < 5) = 0.22352$ und $P(X > 5) = 0.62285$ folgt $Q(0,25) = 5$

(b) Wie wahrscheinlich ist es, dass X kleiner als 3 ist?

$P(X < 3) = F(3) = 0.00589$

(c) Wie wahrscheinlich ist es, dass X zwischen 3,5 und 7,5 liegt?

$P(7.5 > X > 3.5) = P(X > 3.5) = 1 - P(X < 3.5) = 1 - F(4) = 1 - 0.04734 = 0.95266$

Aufgabe 2 [5 Punkte]: Sei X eine auf dem Intervall $[0, 200]$ gleichverteilte Zufallsvariable.

(a) Bestimmen Sie den Median von X.

100

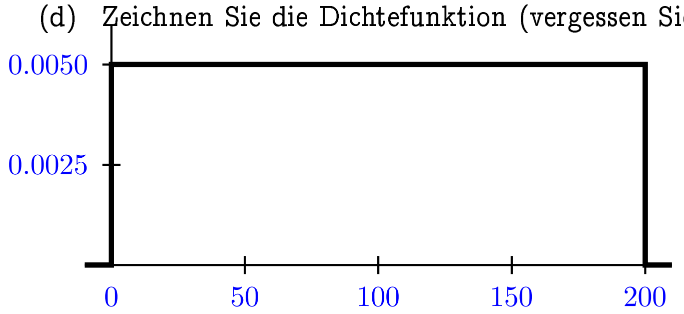
(b) Bestimmen Sie den Mittelwert von X.

$\int_0^{200} \frac{1}{200} dx = 100$

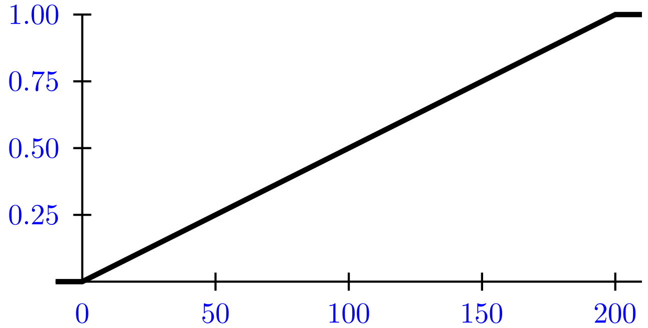
(c) Wie groß muß X^* sein, damit 95% aller Werte größer als X^* sind?

10

(d) Zeichnen Sie die Dichtefunktion (vergessen Sie nicht, die Achsen zu beschriften).



(e) Zeichnen Sie die Verteilungsfunktion.



Aufgabe 3 [7 Punkte]: Betrachten Sie die zweidimensionale Zufallsvariable (X, Y) mit der Dichtefunktion

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{2}(3x+y) & \text{falls } x \in [0,1] \text{ und } y \in [0,1] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(a) Zeigen Sie, dass $f(x, y)$ tatsächlich eine Dichtefunktion ist.

- $F(x,y) = \int_0^x \int_0^y f(\xi, \upsilon)\, d\upsilon\, d\xi = \frac{3}{4}x^2y + \frac{1}{4}xy^2$
- $f(x,y) \geqslant 0$ für $x \in [0,1]$ und $y \in [0,1]$
- $F(0,0) = 0$
- $F(1,1) = \frac{3}{4} \cdot 1^2 \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot 1 \cdot 1^2 = 1$

(b) Bestimmen Sie $P\left(X < \frac{1}{2}, Y < 2\right)$

$\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^2 1 + \frac{1}{4}\frac{1}{2}1^2 = \frac{5}{16}$

(c) Bestimmen Sie $P(X > \frac{1}{3}, Y > -1)$

$1 - \left(\frac{3}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^2 1 + \frac{1}{4}\frac{1}{3}1^2\right) = \frac{5}{6}$

(d) Bestimmen Sie $P(X > 1)$

0

Aufgabe 4 [5 Punkte]: Über das Konsumverhalten in der Mensa wissen wir folgendes:

- 50% der Gäste essen keine Vorspeise.
- 30% der Gäste essen keinen Nachtisch.
- 10% der Gäste essen weder Vorspeise noch Nachtisch.

$P(\bar{V}) = 0.5$, $P(\bar{N}) = 0.3$, $P(\bar{V} \wedge \bar{N}) = 0.1$

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gast, der keinen Nachtisch isst, auch keine Vorspeise isst?

$$P(\bar{V}|\bar{N}) = \frac{P(\bar{V}\wedge\bar{N})}{P(\bar{N})} = \frac{0.1}{0.3} = \frac{1}{3}$$

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gast, der eine Vorspeise gewählt hat, auch noch einen Nachtisch nimmt?

$$P(N|V) = \frac{P(N\wedge V)}{P(V)} = \frac{1-P(\overline{\bar{N}\vee V})}{P(V)} = \frac{1-P(\bar{N}\vee\bar{V})}{P(V)} = \frac{1-(P(\bar{N})+P(\bar{V})-P(\bar{V}\wedge\bar{N}))}{P(V)} = \frac{1-(0.3+0.5-0.1)}{0.5} = \frac{3}{5}$$

Aufgabe 5 [4 Punkte]: Ihre Firma stellt Antriebsketten her. Die Länge der einzelnen Kettenglieder ist unabhängig voneinander normalverteilt. Die mittlere Länge eines Kettengliedes ist 10. Ingesamt haben 95% aller Kettenglieder eine Länge zwischen 9 und 11. Jede Kette ist so lang wie die Summe der einzelnen Glieder. Sie interessieren sich für Ketten, die aus 100 Kettengliedern bestehen.

(a) Wie wahrscheinlich ist es, dass eine solche Kette eine Gesamtlänge von über 1000 hat (verwenden Sie, falls notwendig, einen R-Ausdruck, um die Länge zu bestimmen)?

$\frac{1}{2}$

(b) Wie wahrscheinlich ist es, dass eine solche Kette eine Gesamtlänge zwischen 900 und 1100 hat (verwenden Sie, falls notwendig, einen R-Ausdruck, um die Länge zu bestimmen)?

`1-2*pnorm(qnorm(.025)*10)`

(c) Wie wahrscheinlich ist es, dass eine solche Kette eine Gesamtlänge zwischen 990 und 1010 hat (verwenden Sie, falls notwendig, einen R-Ausdruck, um die Länge zu bestimmen)?

0,95

(d) Wie wahrscheinlich ist es, dass eine solche Kette eine Gesamtlänge zwischen 999 und 1001 hat (verwenden Sie, falls notwendig, einen R-Ausdruck, um die Länge zu bestimmen)?

`1-2*pnorm(qnorm(.025)/10)`

Aufgabe 6 [10 Punkte]: Für die Verteilungsfunktion einer diskreten Zufallsvariablen X gilt

$$P(X = x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{falls } x = \theta \\ \frac{1}{2} & \text{falls } x = \theta + 1 \\ \frac{1}{4} & \text{falls } x = \theta + 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Der Parameter θ ist unbekannt und soll geschätzt werden.

(a) Bestimmen Sie den Maximum Likelihood Schätzer für θ, wenn Ihre Stichprobe die drei Werte $\{2, 2, 3\}$ enthält.

Für $\theta \notin \{1, 2\}$ gilt $L = 0$, für $\theta = 1$ gilt $L = \frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{4} = \frac{1}{16}$, für $\theta = 2$ gilt $L = \frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{2} = \frac{1}{32}$, also ist $\theta = 1$ der Maximum Likelihood Schätzer

(b) Bestimmen Sie den Momentenschätzer für θ (auf Basis des ersten Moments)

Der Erwartungswert $E(X) = \frac{1}{4}\theta + \frac{1}{2}(\theta + 1) + \frac{1}{4}(\theta + 2) = \theta + 1$
Das erste Moment ist $\frac{1}{3}(2 + 2 + 3) = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3} = \theta + 1$
Wir lösen nach θ auf: $\theta = 2\frac{1}{3} - 1 = 1\frac{1}{3}$

Aufgabe 7 [16 Punkte]: Sie testen eine Abfüllmaschine für Joghurt. Aus einer Stichprobe von 10 Joghurtbechern bestimmen Sie eine mittlere Füllmenge von 150 Gramm bei einer Varianz von 17. Sie nehmen an, dass die Füllmenge normalverteilt ist.

(a) Der Hersteller der Maschine hat Ihnen versprochen, die Varianz der Füllmenge sei langfristig 9. Sie sind beunruhigt, weil die gemessene Varianz bei Ihrer Maschine größer ist und rufen empört beim Hersteller an. Dessen Telefonhotline versichert Ihnen, dass die von Ihnen gemessene Abweichung zufällig sei, und langfristig auch Ihre Maschine eine Varianz von nicht größer als 9 haben würde. Testen Sie diese Hypothese mit einem einseitigen Test bei einem Signifikanzniveau von 5%.

$H_0 : \sigma^2 \leqslant 9; H_1 : \sigma^2 > 9$
$\frac{(n-1)\cdot\hat{\sigma}_X^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$
$\frac{9\cdot 17}{9} = 17 > 16.92 = Q_{\chi_9^2}(0,95)$
H_0 kann abgelehnt werden.

(b) Nehmen Sie an, die Varianz der Füllmenge Ihrer Maschine sei langfristig 10. Bestimmen Sie ein 95%-Konfidenzintervall für die mittlere Füllmenge.

$$\left[\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot Q_N(\tfrac{\alpha}{2}), \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot Q_N(\tfrac{\alpha}{2})\right]$$
$$= \left[150 - \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} \cdot Q_N(\tfrac{\alpha}{2}), 150 + \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} \cdot Q_N(\tfrac{\alpha}{2})\right]$$
$$= [\bar{X} - 1 \cdot 1.96, \bar{X} + 1 \cdot 1.96] = [148.04, 151.96]$$

(c) Gehen Sie nun wieder von einer langfristigen Varianz von 9 aus. Wie groß muß Ihr Stichprobenumfang mindestens sein, damit das 95%-Konfidenzintervall höchstens eine Breite von 0,392 Gramm hat

$2 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot Q_N(\frac{\alpha}{2}) \leqslant 0.392$
$2 \cdot \frac{3}{\sqrt{n}} \cdot 1.96 \leqslant 0.392$
$\frac{3}{.392} \cdot 3.92 \leqslant \sqrt{n}$
$30 \leqslant \sqrt{n}$
$900 \leqslant n$

(d) Eine andere Joghurtmaschine befüllt Becher mit im Mittel 50 Gramm Joghurt. Die Standardabweichung beträgt 10 Gramm. Sie nehmen eine Stichprobe von 100 Bechern. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Gesamtmenge Joghurt in diesen 100 Bechern kleiner als 4 800 Gramm ist?

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma_X^2}{n}\right)$$
$$\sum_{i=1}^{n} X_i \sim N\left(n \cdot \mu, n^2 \cdot \frac{\sigma_X^2}{n}\right)$$
$$\sum_{i=1}^{100} X_i \sim N\left(100 \cdot 50, 100 \cdot 10^2\right)$$
$$\frac{\sum_{i=1}^{100} X_i - 5000}{100} \sim N(0,1)$$
$$P(\textstyle\sum_{i=1}^{100} X_i \leqslant 4800) = F_N\left(\frac{4800-5000}{100}\right) = F_N(-2) = 1 - F_N(2) \approx 1 - 0.9772 = 0.0228$$

(e) Eine weitere Joghurtmaschine produziert nach Herstellerspezifikation bei 80 Joghurtbechern im Mittel 4 Becher Ausschuss. Sie nehmen eine Stichprobe von 80 Bechern, und finden darunter 6 Becher Ausschuss. Ist die Qualität dieser Maschine signifikant verschieden von der Herstellerspezifikation?

- Schreiben Sie eine Nullhypothese auf und testen Sie bei einem Signifikanzniveau von 5%.
- Falls Sie „krumme“ Zahlen erhalten, verwenden Sie eine möglichst genaue Abschätzung.
- Gehen Sie davon aus, dass Sie die Binomialverteilung durch eine Normalverteilung approximieren können, ohne dass eine Stetigkeitskorrektur notwendig ist.

$H_0 : p = \frac{4}{80}$, $H_1 : p \neq \frac{4}{80}$
Mittelwert der Binomialverteilung ist: $\mu = n \cdot p = 4$
Varianz der Binomialverteilung ist: $\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p) = 4 \cdot \frac{76}{80}$
Die approximativ normalverteilte Teststatistik ist $\frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{6-4}{\sqrt{4 \cdot 76/80}} = \frac{2}{2}\sqrt{\frac{80}{76}} = \sqrt{\frac{20}{19}} < \frac{20}{19} < \frac{20}{16} = 1.25 < 1.96 = Q_N(0.975)$

Aufgabe 8 [10 Punkte]: Sie vergleichen zwei Düngemittel für Salatköpfe: X und Y. In Ihrer Entwicklungsabteilung sind jeweils 30 Salatköpfe mit X und 30 Salatköpfe mit Y behandelt worden. Das Gewicht der Salatköpfe hat Ihr Assistent bereits in den Variablen `x` und `y` eingetragen. Ihr Assistent hat ferner zwei Tests mit `R` durchgeführt und präsentiert Ihnen den folgenden Output:

Test 1:	Test 2:

`> t.test(x,y,paired=TRUE)`
`Paired t-test`
`data: x and y`
`t = -2.0558, df = 29, p-value = 0.0489`
`alternative hypothesis: true difference in`
`means is not equal to 0`
`95 percent confidence interval:`
`-22.02793284 -0.05680469`
`sample estimates:`
`mean of the differences`
`-11.04237`
	`> t.test(x,y)`
	`Welch Two Sample t-test`
	`data: x and y`
	`t = -2.0203, df = 31.547, p-value = 0.05191`
	`alternative hypothesis: true difference in`
	`means is not equal to 0`
	`95 percent confidence interval:`
	`-22.18182418 0.09708665`
	`sample estimates:`
	`mean of x mean of y`
	`23.28710 34.32947`

(a) Welche Annahmen werden von beiden obigen Tests vorausgesetzt?

x und y sind normalverteilt oder die Stichproben sind sehr groß

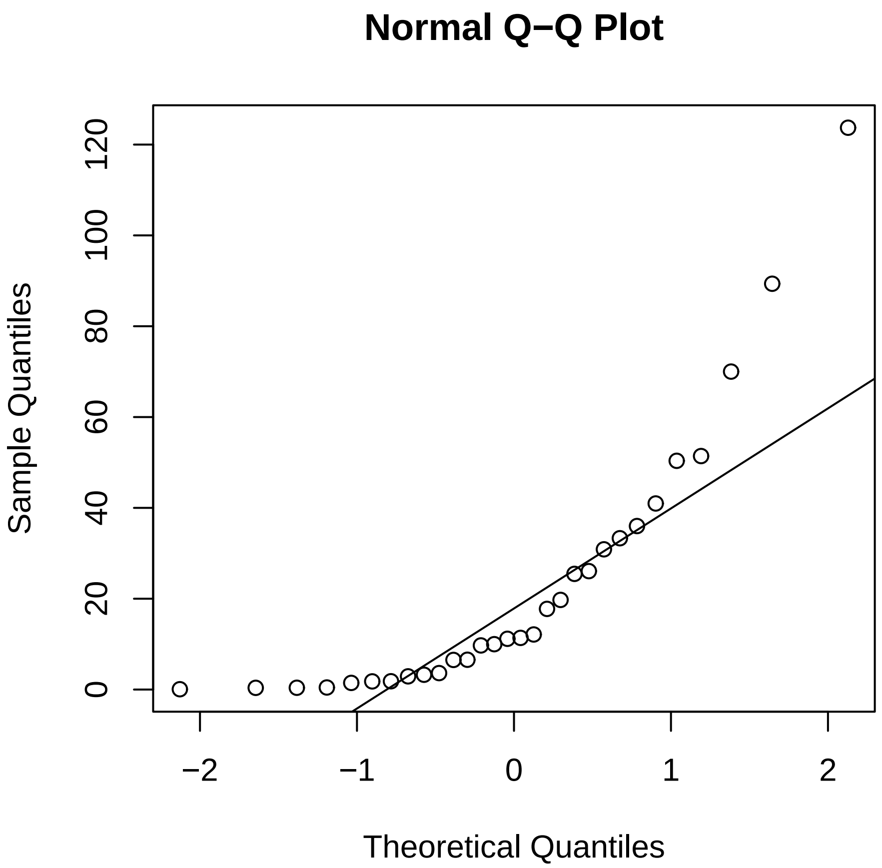
(b) Nehmen Sie an, dass diese Annahmen erfüllt sind. Welcher der beiden Tests ist in diesem Fall angemessen? Warum?

Test 1 ist ein paarweiser Test. Sie haben aber kein paarweises Design verwendet. Test 2 setzt dieses Design nicht voraus, ist hier also angemessen.

(c) Ihre Nullhypothese ist, dass die beiden Düngemittel das Gewicht nicht in unterschiedlicher Weise beeinflussen. Ihr Signifikanzniveau ist 5%. Können Sie mit dem Test, den Sie in Teilaufgabe (b) ausgewählt haben, Ihre Nullhypothese ablehnen? Warum?

Der p-Wert ist mit 0.05191 größer als 5%, die Nullhypothese kann also nicht abgelehnt werden.

(d) Ihr fleißiger Assistent präsentiert Ihnen die folgende Graphik die er mit dem Kommando `qqnorm(x); qqline(x);` erzeugt hat. Was sagt Ihnen diese Graphik über die Voraussetzungen der obigen Tests?



Wenn in der Tat die Daten normalverteilt wären, dann würden die Punkte alle näherungsweise auf einer Geraden liegen. Das ist aber nicht der Fall. Die Voraussetzungen sind also nicht erfüllt.

(e) Ihr Assistent präsentiert nun zwei weitere Tests. Sind diese Tests grundsätzlich besser oder weniger gut geeignet als Test 1 oder 2 aus dieser Aufgabe, um Ihre Hypothese zu überprüfen?

Test 3:	Test 4:

`> wilcox.test(x,y)`
`Wilcoxon rank sum test`
`data: x and y`
`W = 220, p-value = 0.0005109`
`alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0`
	`> wilcox.test(x,y,paired=TRUE)`
	`Wilcoxon signed rank test`
	`data: x and y`
	`V = 111, p-value = 0.01130`
	`alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0`

Die beiden Varianten des Wilcoxon Tests machen keine Annahmen über die Verteilung von x und y. Die Ergebnisse sind also robuster und vorzuziehen, wenn wir die Verteilung nicht kennen, bzw. wenn wir hier anhand der Graphik erkennen, dass die Verteilungsannahmen des t-Tests nicht gegeben sind.

(f) Welcher der beiden Tests ist hier angemessen?

Test 4 ist ein paarweiser Test. Sie haben aber kein paarweises Design verwendet. Test 3 setzt dieses Design nicht voraus, ist hier also angemessen.

(g) Ihre Nullhypothese ist, dass die beiden Düngemittel das Gewicht nicht in unterschiedlicher Weise beeinflussen. Ihr Signifikanzniveau ist 5%. Können Sie mit dem Test, den Sie in Teilaufgabe (f) ausgewählt haben, Ihre Nullhypothese ablehnen? Warum?

Der p-Wert ist mit 0.0005109 kleiner als 5%, die Nullhypothese kann also abgelehnt werden.

Zusatzblatt zu Aufgabe ...

Formelsammlung

- $\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$

- Wenn $f(x)$ Dichtefunktion und $F(x)$ Verteilungsfunktion der eindimensionalen Zufallsvariable X sind, dann ist $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(y)dy$

- Wenn $f(x, y)$ Dichtefunktion und $F(x, y)$ Verteilungsfunktion der mehrdimensionalen Zufallsvariable (X, Y) sind, dann ist $F(x, y) = \int_{-\infty}^{x} \int_{-\infty}^{y} f(\xi, \upsilon) \, d\upsilon \, d\xi$

- Satz von Bayes: $P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\complement A) \cdot P(\complement A)}$

- Wir nennen $\hat{\theta}$ einen erwartungstreuen Schätzer für θ wenn $E(\hat{\theta}) = \theta$.

- Ein erwartungstreuer Schätzer für die Varianz ist $\hat{\sigma}_X^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2$

- Der Mittelwert der Binomialverteilung mit Stichprobengröße n und Erfolgswahrscheinlichkeit p ist $n \cdot p$. Die Varianz ist $n \cdot p \cdot (1 - p)$.

- Zentraler Grenzwertsatz: $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma_X^2}{n}\right)$

- Für die Verteilung des standardisierten Mittelwertes gilt $\frac{\bar{X} - \mu}{\hat{\sigma}_X / \sqrt{n}} \sim t_{n-1}$

- Für die Verteilung der geschätzten Varianz $\hat{\sigma}^2$ einer normalverteilten Zufallsvariablen mit Varianz σ^2 gilt bei einer Stichprobengröße von n

$$\frac{(n-1) \cdot \hat{\sigma}_X^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^2 \sim \chi_{n-1}^2$$

- Wenn $X(a_i)$ die Häufkeit von Merkmal a_i ist, mit $\sum_{i=1}^{k} X(a_i) = n$, und wenn $X(a_i)$ entsprechend $P(a_i)$ verteilt ist, dann ist $\sum\limits_{i=1}^{k} \frac{(X(a_i) - n \cdot P(a_i))^2}{n \cdot P(a_i)} \sim \chi_{k-1}^2$.

R-Kommandos

- `abs(x)` berechnet den Betrag von x.
- `mean(x)` berechnet einen Mittelwert $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$
- `pbinom(x, size=..., prob=...)` bestimmt die Wahrscheinlichkeit, dass eine binomialverteilte Zufallsvariable mit Stichprobengröße `size=...` und Erfolgswahrscheinlichkeit `prob=...` den Wert `x` oder einen kleineren Wert annimmt.
- `pnorm(x)` bestimmt die Wahrscheinlichkeit, dass eine standardnormalverteilte Zufallsvariable den Wert `x` oder einen kleineren Wert annimmt.
- `qnorm(x)` bestimmt das x-Quantil der Standardnormalverteilung
- `qchisq(x,n)` bestimmt das x-Quantil der χ^2-Verteilung mit n Freiheitsgraden
- `qt(x,n)` bestimmt das x-Quantil der t-Verteilung mit n Freiheitsgraden
- `sqrt` berechnet eine Quadratwurzel.
- `sd` berechnet die Standardabweichung $\hat{\sigma}_X = \sqrt{\hat{\sigma}_X^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$
- `sum` berechnet eine Summe
- `t.test(x,y)` führt einen t-Test für unverbundene Stichproben x und y durch.
- `t.test(x,y,paired=TRUE)` führt einen t-Test für verbundene Stichproben x und y durch.
- `var` berechnet die Varianz $\hat{\sigma}_X^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$
- `wilcox.test(x,y)` führt einen Mann-Whitney U Test für unverbundene Stichproben x und y durch.
- `wilcox.test(x,y,paired=TRUE)` führt einen Wilcoxon-Test für verbundene Stichproben x und y durch.

Quantile und Werte der Verteilungsfunktionen

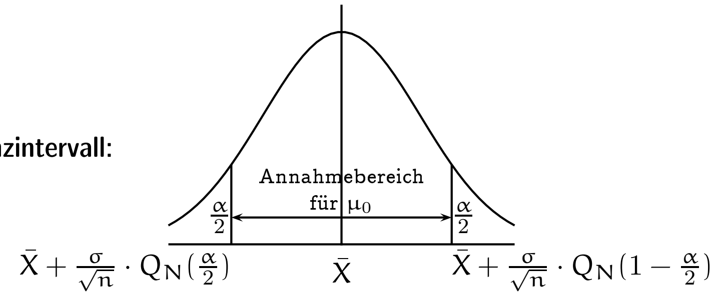
In den folgenden beiden Tabellen finden Sie einige Quantile und Werte der Verteilungsfunktionen für die Normalverteilung, t Verteilung und χ^2 Verteilung.

x	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
$Q_N(x)$	1.28	1.64	1.96	2.33	2.58
$Q_{t_{15}}(x)$	1.34	1.75	2.13	2.6	2.95
$Q_{\chi_9^2}(x)$	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
$Q_{\chi_{99}^2}(x)$	117.41	123.23	128.42	134.64	138.99

	.02	0.05	0.1	.2	.5	1	2	5	20
$F_N(x)$	0.508	0.5199	0.5398	0.5793	0.6915	0.8413	0.9772	1	1
$F_{t_9}(x)$	0.5078	0.5194	0.5387	0.577	0.6855	0.8283	0.9617	0.9996	1
$F_{t_{99}}(x)$	0.508	0.5199	0.5397	0.5791	0.6909	0.8401	0.9759	1	1

Vergleich Konfidenzintervall/Signifikanztest/p-Wert

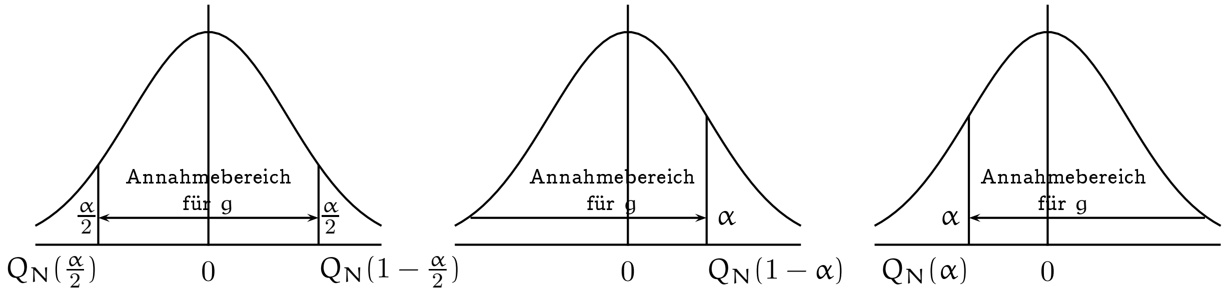
Konfidenzintervall:



$H_0 : \bar{X} = \mu_0$ wird abgelehnt falls μ_0 nicht im Annahmebereich liegt

Signifikanztest: Teststatistik $g = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$

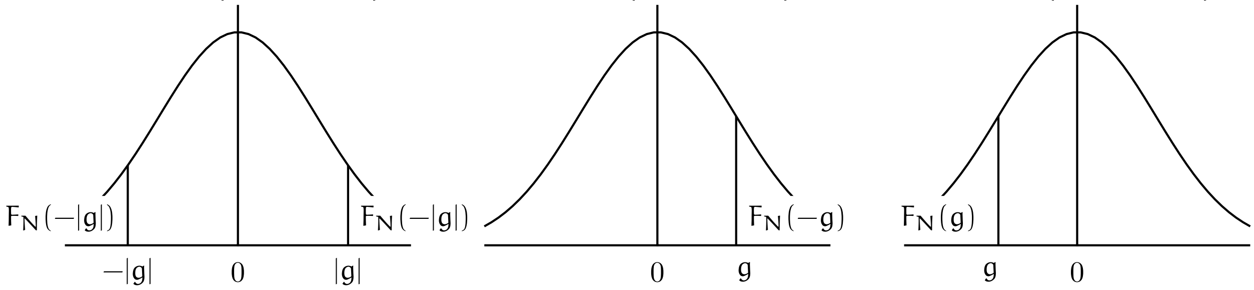
zweiseitig ($H_0 : \bar{X} = \mu_0$) einseitig ($H_0 : \bar{X} \leqslant \mu_0$) einseitig ($H_0 : \bar{X} \geqslant \mu_0$)



H_0 wird abgelehnt falls g nicht im Annahmebereich liegt

p-Wert: Teststatistik $g = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$

zweiseitig ($H_0 : \bar{X} = \mu_0$) einseitig ($H_0 : \bar{X} \leqslant \mu_0$) einseitig ($H_0 : \bar{X} \geqslant \mu_0$)



$p = 2 \cdot F_N(-|g|)$ $p = F_N(-g)$ $p = F_N(g)$

H_0 wird abgelehnt falls $p < \alpha$