

Aufgabe 1 [3 Punkte]: X ist eine auf dem Intervall $[2, 10]$ gleichverteilte (rechteckverteilte) Zufallsvariable.

(a) Bestimmen Sie das 25% Quantil von X

$$\frac{10 - 2}{4} + 2 = \frac{8}{4} + 2 = 2 + 2 = 4$$

(b) Wie wahrscheinlich ist es, dass X kleiner als 3 ist?

$$\frac{3 - 2}{10 - 2} = \frac{1}{8}$$

(c) Wie wahrscheinlich ist es, dass X zwischen 3 und 7 liegt?

$$\frac{7 - 3}{10 - 2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Aufgabe 2 [7 Punkte]: Betrachten Sie die zweidimensionale Zufallsvariable (X, Y) mit der Dichtefunktion

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{16}(x + 3y) & \text{falls } x \in [0, 2] \text{ und } y \in [0, 2] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(a) Zeigen Sie, dass $f(x, y)$ tatsächlich eine Dichtefunktion ist.

- $F(x, y) = \int_0^x \int_0^y f(\xi, \nu) \, d\nu \, d\xi = \frac{1}{32} (x^2 y + 3xy^2)$
- $f(x, y) \geq 0$ für $x \in [0, 2]$ und $y \in [0, 2]$
- $F(0, 0) = 0$
- $F(2, 2) = \frac{1}{32} (2^2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 2^2) = \frac{1}{32} (8 + 3 \cdot 8) = \frac{32}{32} = 1$

(b) Bestimmen Sie $P(X > \frac{1}{2}, Y > 3)$

Da $f(x, y) = 0$ für $y > 3$: $P(X > \frac{1}{2}, Y > 3) = 0$

(c) Bestimmen Sie $P(Y < 1)$

$$P(Y < 1) = F(2, 1) = \frac{1}{32} (2^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1^2) = \frac{1}{32} (4 + 6) = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

(d) Bestimmen Sie $P(X < 1, Y < 1)$

$$P(X < 1, Y < 1) = F(1, 1) = \frac{1}{32} (1^2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 \cdot 1^2) = \frac{1}{32} (1 + 3) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

Aufgabe 3 [3 Punkte]: Um unnötigen Klausuraufwand zu vermeiden, soll ein Test zeigen, ob Studenten „fit fürs Examen“ sind. Der Test zeigt bei 90% der Studenten, die tatsächlich „fit“ sind ein positives Resultat. Außerdem werden 10% der Studenten die „nicht fit“ sind positiv diagnostiziert. In unserer Stichprobe ist nur jeder vierte Student „fit“. Wie wahrscheinlich ist es, dass ein zufällig ausgewählter Student aus dieser Stichprobe, der in unserem Test ein positives Resultat erreicht, tatsächlich „fit“ ist?

A = fit fürs Examen, B = positiver Test

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A})} = \frac{0.9 \cdot \frac{1}{4}}{0.9 \cdot \frac{1}{4} + 0.1 \cdot \frac{3}{4}} = \frac{0.9}{0.9 + 0.3} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

Aufgabe 4 [10 Punkte]: Die Dichtefunktion der Zufallsvariablen X ist

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x - \theta}{2} & \text{falls } x \in [\theta, \theta + 2] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Der Erwartungswert $E(X) = \frac{2}{3} + \theta$. Der Parameter θ ist unbekannt und soll geschätzt werden.

- (a) Bestimmen Sie den Maximum Likelihood Schätzer für θ , wenn Ihre Stichprobe die beiden Werte $\{2, 3\}$ enthält.

Wir maximieren $L(\theta) = f(2) \cdot f(3)$

Vorüberlegung: Damit $f(2) > 0$ und $f(3) > 0$ muss gelten $\theta \leq 2 < \theta + 2$ und $\theta \leq 3 < \theta + 2$.

Nur für $\theta \in (1, 2]$ ist $L(\theta) > 0$

Vorüberlegung 2: Für $\theta \in (1, 2)$ steigt $f(x)$ mit theta,
dann steigt aber auch $dL(\theta)$ mit theta

Der größte Wert von $\theta \in (1, 2]$ ist aber $\theta = 2$ (dann ist $L(\theta) = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$),
also ist $\theta = 2$ der Maximum Likelihood Schätzer

- (b) Bestimmen Sie den Momentenschätzer für θ (auf Basis des ersten Moments), wenn Ihre Stichprobe die beiden Werte $\{2, 3\frac{1}{3}\}$ enthält.

Das erste Moment ist $\frac{1}{2}(2 + 3\frac{1}{3}) = 1 + \frac{1}{2} \frac{10}{3} = \frac{8}{3}$

Wir lösen $\frac{2}{3} + \theta = \frac{8}{3}$ nach θ auf: $\theta = \frac{6}{3} = 2$

Aufgabe 5 [9 Punkte]: Die durchschnittliche Füllmenge eines Sacks Kartoffeln ist 50 kg, die Standardabweichung ist 2 kg. Nehmen Sie an, dass die Füllmenge normalverteilt ist. Sie kaufen 4 Sack Kartoffeln und bestimmen die durchschnittliche Füllmenge x dieser 4 Säcke. Schreiben Sie jeweils ein R Kommando auf, das die Antworten auf die folgenden Fragen berechnet.

(a) Wie wahrscheinlich ist es, dass $x > 50$ kg?

$$\frac{x - \mu}{\sigma_x / \sqrt{n}} = \frac{x - 50}{2 / \sqrt{4}} = x - 50 \sim N(0, 1)$$

$$\text{also } P(x - 50 < \xi) = F_N(\xi) \text{ oder } P(x - 50 > \xi) = 1 - F_N(\xi)$$

$$P(x > 50) = P(x - 50 > 0) = 1 - F_N(0), \text{ also berechnen wir die Wahrscheinlichkeit mit } 1 - \text{pnorm}(0)$$

(b) Wie wahrscheinlich ist es, dass $x > 52$ kg?

$$P(x > 52) = P(x - 50 > 2) = 1 - F_N(2), \text{ also berechnen wir die Wahrscheinlichkeit mit } 1 - \text{pnorm}(2)$$

(c) Benutzen Sie nun die Tabelle der Quantile auf Seite 14 und bestimmen Sie (ohne R) das Gewicht x^* , so dass in 99% aller Fälle der Wert x über diesem Gewicht liegt.

$$0.99 = P(x > x^*) = P(x - 50 > x^* - 50), \text{ also } 1 - F_N(x^* - 50) = 0.99, \text{ oder } F_N(50 - x^*) = 0.99, \\ \text{mithin } 50 - x^* = Q_N(0.99) = 2.33, \text{ also ist der kritische Wert } x^* = 50 - 2.33 = 47.67$$

Aufgabe 6 [6 Punkte]: Sie entwickeln einen Energiedrink zur Verbesserung des Muskelaufbaus. Den Muskelaufbau pro Person messen wir als X . Sie testen diesen Drink an Versuchspersonen in vier (identischen) Fitness-Studios. Die folgende Tabelle zeigt die Anzahl der Versuchspersonen und den durchschnittlichen Muskelaufbau pro Versuchsperson in diesen vier Studios:

	Versuchspersonen	durchschnittlicher Muskelaufbau
Studio 1	10	\bar{X}_1
Studio 2	20	\bar{X}_2
Studio 3	30	\bar{X}_3
Studio 4	30	\bar{X}_4

Nun wollen Sie den Erwartungswert des Muskelaufbaus $E(X)$ bestimmen (Die $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \bar{X}_4$ sind Mittelwerte von jeweils unabhängig und identisch verteilten X).

(a) Ist \bar{X}_1 ein erwartungstreuer Schätzer für den Erwartungswert des Muskelaufbaus $E(X)$?

Zu prüfen ist $\forall \theta : E(\hat{\theta}(\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_n)) = \theta$, in diesem Fall $E(\bar{X}_1) = E(X)$. Wenn \bar{X}_1 und X identisch verteilt sind, dann sind auch die Erwartungswerte gleich.

(b) Hängt Ihre Antwort auf Frage (a) von der Verteilung von X ab?

Nein, die Gleichheit der Erwartungswerte hängt nicht von der Verteilung ab.

(c) Geben Sie einen effizienten (wirksamsten) erwartungstreuen Schätzer für den Erwartungswert des Muskelaufbaus pro Person $E(X)$ an (mit Formel).

Der Mittelwert $\frac{1}{n} = \sum x_i$ ist effizienter Schätzer für $E(X)$, allerdings müssen wir aufpassen, $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \bar{X}_4$ sind ja bereits Mittelwerte. Hier müssen wir wieder mit den Stichprobengrößen multiplizieren, um die ursprünglichen Summen zu erhalten: $\frac{1}{90}(10\bar{X}_1 + 20\bar{X}_2 + 30\bar{X}_3 + 30\bar{X}_4)$

Aufgabe 7 [9 Punkte]: Sie stellen Tachometer her, die die Geschwindigkeit von Kraftfahrzeugen messen. Ein Automobilclub interessiert sich für die Geschwindigkeit, die Ihre Tachometer im Durchschnitt bei einer tatsächlichen Geschwindigkeit von 50 km/h anzeigen. Sie wissen, dass in diesem Bereich die Standardabweichung der Anzeige Ihrer Tachometer 5 km/h beträgt. Außerdem gehen Sie davon aus, dass der Fehler der Anzeige Ihrer Tachometer normalverteilt ist. Sie nehmen 100 Tachometer aus der laufenden Produktion, und stellen fest, dass diese Tachometer bei einer tatsächlichen Geschwindigkeit von 50 km/h im Mittel 55 km/h anzeigen.

- (a) Geben Sie die Unter- und Obergrenzen des 99% Konfidenzintervalls für den Erwartungswert der durchschnittlich angezeigten Geschwindigkeit an. Schreiben Sie Ihr Ergebnis als R Ausdruck auf und verwenden Sie dabei, dass $qnorm(0.99)$ das 99% Quantil der Normalverteilung, $qnorm(0.98)$ das 98% Quantil, sowie $qnorm(0.995)$ das 99.5% Quantil der Normalverteilung ergibt. Verwenden Sie diese Ausdrücke in Ihrer Lösung.

$$\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma_x/\sqrt{n}} \sim N(0,1), \text{ also } Q_N(0.005) \leq \frac{55-\mu}{5/10} \leq Q_N(0.995),$$

oder $55 - \frac{1}{2}Q_N(0.005) \leq \mu \leq 55 + \frac{1}{2}Q_N(0.995)$
oder $55 - \frac{1}{2}Q_N(0.995) \leq \mu \leq 55 + \frac{1}{2}Q_N(0.995)$
Untergrenze: $55-qnorm(.995)/2$, Obergrenze: $55+qnorm(.995)/2$

- (b) In Teilaufgabe (a) haben Sie angenommen, dass die Standardabweichung bekannt ist. Wie ändert sich Ihr Ergebnis, wenn Sie mit der empirischen Standardabweichung rechnen. R gibt Ihnen die empirische Standardabweichung als $sd(x)$ an. Weitere R Kommandos finden Sie auch auf Seite 14.

$$\frac{\bar{x}-\mu}{\hat{\sigma}_x/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}, \text{ also } Q_{t_{99}}(0.005) \leq \frac{55-\mu}{\hat{\sigma}/10} \leq Q_{t_{99}}(0.995),$$

oder $55 - \frac{\hat{\sigma}}{10}Q_{t_{99}}(0.995) \leq \mu \leq 55 + \frac{\hat{\sigma}}{10}Q_{t_{99}}(0.995)$
Untergrenze: $55-qt(.995,99)*sd(x)/10$,
Obergrenze: $55+qt(.995,99)*sd(x)/10$

- (c) Eigentlich gehen Sie von einem Erwartungswert für die angezeigte Geschwindigkeit von 56 km/h aus. Stellen Sie eine Nullhypothese auf, berechnen Sie eine Teststatistik für den zweiseitigen Test (als R-Kommando und mit der empirischen Standardabweichung), und rechnen Sie einen p-Wert aus (ebenfalls als R-Kommando). Hilfreiche R Kommandos finden Sie auf Seite 14.

$$H_0 : \mu = 56, g = \frac{\bar{x} - \mu}{\hat{\sigma}_x / \sqrt{n}} = \frac{55 - 56}{\hat{\sigma} / 10}$$

$$g = (55 - 56) / (sd(x) / 10)$$

$$p = 2 * pt(-abs(g))$$

Aufgabe 8 [5 Punkte]: Sie führen Ihre Berechnungen in R durch. Der Vektor x enthält die möglichen Realisierungen der Zufallsvariablen X , der Vektor w ist genauso lang wie x und enthält die Wahrscheinlichkeiten der jeweiligen Realisierungen. Nehmen Sie an, dass die Variablen ERW und VAR den korrekten Erwartungswert, bzw. die Varianz von X enthalten. Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz der transformierten Zufallsvariable $Y = 5 \cdot X - 2$. Kreuzen Sie die richtige Lösung an (Mehrere richtige Antworten sind möglich):

- | | |
|--|---|
| <input type="radio"/> $E(Y) = (x * 5 - 2) * w$ | <input type="radio"/> $\text{var}(Y) = \text{VAR} * 5 - 2$ |
| <input type="radio"/> $E(Y) = \text{mean}(x) * 5 - 2$ | <input type="radio"/> $\text{var}(Y) = \text{VAR}^2 * 5 - 2$ |
| <input type="radio"/> $E(Y) = \text{mean}(x) * 5 / \text{VAR} - 2$ | <input checked="" type="radio"/> $\text{var}(Y) = \text{VAR} * 5^2$ |
| <input checked="" type="radio"/> $E(Y) = \text{ERW} * 5 - 2$ | <input type="radio"/> $\text{var}(Y) = \text{sqrt}(\text{VAR}) * 5^2$ |
| <input type="radio"/> $E(Y) = \text{mean}(x) * 5 / \text{VAR}^2 - 2$ | <input type="radio"/> $\text{var}(Y) = \text{VAR} * \text{sqrt}(5)$ |

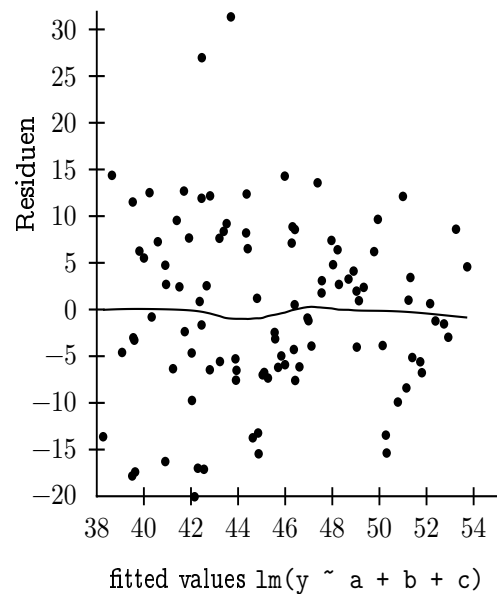
Aufgabe 9 [8 Punkte]: Sie betreiben eine Baumschule und versuchen, das Wachstum Ihrer Bäume mit unterschiedlichen Düngemitteln A, B, und C zu steigern. Sie düngen 100 Bäume mit unterschiedlichen Kombinationen der drei Düngemittel und messen die Größe nach einem Jahr. In Ihrem Datensatz ist y die Größe des Baums, und a , b und c sind die Mengen der Düngemittel. Sie berechnen in R eine lineare Regression der abhängigen Variablen y auf die unabhängigen a , b , und c . Den Output sehen Sie links, einen diagnostischen Plot der Residuen über die “fitted values” rechts:

```
lm(formula = y ~ a + b + c)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-20.0487  -6.1479  -0.1334   6.6716  31.3493

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  52.815     3.033   17.412 < 2e-16 ***
a             1.513     3.360    0.450  0.653
b            -1.062     3.372   -0.315  0.754
c            -14.899    3.633   -4.101 8.62e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.'
                 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 9.571 on 96 degrees of freedom
Multiple R-Squared:  0.1533,    Adjusted R-squared:  0.1269
F-statistic: 5.796 on 3 and 96 DF,  p-value: 0.001101
```



(a) Betrachten Sie den diagnostischen Plot. Hilft Ihnen diese Plot zu entscheiden, ob Annahmen des klassischen Regressionsmodells erfüllt oder verletzt sind? Falls ja, welche Annahmen sind erfüllt bzw. verletzt bzw. können anhand der Graphik nicht beurteilt werden?

- $E(u_i|X_i = x) = 0$ (die Residuen sind für alle Werte von X im Mittel 0) – ist erfüllt
- (X_i, Y_i) sind i.i.d. – lässt sich anhand der Graphik nicht beurteilen
- Große Ausreißer in X und Y sind selten (die vierten Momente von X und Y existieren). – in der Tat gibt es nur zwei Ausreißer, und auch die sind nicht bemerkenswert groß
- $\text{var}(u_i) = \sigma_u^2$ – die Streuung um die Nulllinie erscheint in allen Bereichen der Graphik etwa gleich groß zu sein.

- (b) Gehen Sie nun davon aus, dass alle Annahmen des Regressionsmodells erfüllt sind. Um welchen Betrag steigt die Größe Ihrer Bäume etwa, wenn Sie den Anteil des Düngemittels C um eine Einheit erhöhen?

Um -14.899 , d.h die Größe fällt

- (c) Ein befreundeter Gärtner behauptet, die von Ihnen eingesetzten Düngemittel hätten überhaupt keine Wirkung. Falls Sie eine Wirkung beobachtet hätten, sei das purer Zufall. Können Sie dieser Ansicht etwas entgegenhalten? Wenn ja, für welche Düngemittel? Begründen Sie Ihre Antwort.

- Die Koeffizienten für A und B sind nicht signifikant von Null verschieden, das heißt, wir können die Hypothese, dass der Beitrag nur zufällig eine Wirkung hat, nicht ablehnen.
- Der Koeffizient für C ist signifikant von 0 verschieden (p-Wert 0.000086). Wir können also die Hypothese, dass der Beitrag von C nur zufällig eine Wirkung hat, ablehnen.

- (d) Durch ein Versehen wurden 100 neugepflanzte Bäume mit jeweils 10 Einheiten des Düngemittels B behandelt. Erwarten Sie, dass diese Bäume größer oder kleiner als unbehandelte Bäume werden? Wenn ja, um wieviel werden sie im Mittel größer oder kleiner?

$-1.063 \cdot 10 = -10.63$, die Bäume werden im Erwartungswert um 10.6 cm kleiner.

Zusatzblatt zu Aufgabe ...

Formelsammlung

- $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
- Wenn $f(x)$ Dichtefunktion und $F(x)$ Verteilungsfunktion der eindimensionalen Zufallsvariable X sind, dann ist $F(x) = \int_{-\infty}^x f(y) dy$
- Wenn $f(x, y)$ Dichtefunktion und $F(x, y)$ Verteilungsfunktion der mehrdimensionalen Zufallsvariable (X, Y) sind, dann ist $F(x, y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(\xi, \nu) d\nu d\xi$
- Satz von Bayes: $P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A})}$
- Wir nennen $\hat{\theta}$ einen erwartungstreuen Schätzer für θ wenn $E(\hat{\theta}) = \theta$.
- Ein erwartungstreuer Schätzer für die Varianz ist $\hat{\sigma}_X^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$
- Der Mittelwert der Binomialverteilung mit Stichprobengröße n und Erfolgswahrscheinlichkeit p ist $n \cdot p$. Die Varianz ist $n \cdot p \cdot (1 - p)$.
- Zentraler Grenzwertsatz: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma_X^2}{n}\right)$
- Für die Verteilung des standardisierten Mittelwertes gilt $\frac{\bar{X} - \mu}{\hat{\sigma}_X / \sqrt{n}} \sim t_{n-1}$
- Für die Verteilung der geschätzten Varianz $\hat{\sigma}^2$ einer normalverteilten Zufallsvariablen mit Varianz σ^2 gilt bei einer Stichprobengröße von n

$$\frac{(n-1) \cdot \hat{\sigma}_X^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^2 \sim \chi_{n-1}^2$$

- Wenn $X(a_i)$ die Häufigkeit von Merkmal a_i ist, mit $\sum_{i=1}^k X(a_i) = n$, und wenn $X(a_i)$ entsprechend $P(a_i)$ verteilt ist, dann ist $\sum_{i=1}^k \frac{(X(a_i) - n \cdot P(a_i))^2}{n \cdot P(a_i)} \sim \chi_{k-1}^2$.

R-Kommandos

- `abs(x)` berechnet den Betrag von x .
- `mean(x)` berechnet einen Mittelwert $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$
- `pbinom(x, size=..., prob=...)` bestimmt die Wahrscheinlichkeit, dass eine binomialverteilte Zufallsvariable mit Stichprobengröße `size=...` und Erfolgswahrscheinlichkeit `prob=...` den Wert x oder einen kleineren Wert annimmt.
- `pnorm(x)` bestimmt die Wahrscheinlichkeit, dass eine standardnormalverteilte Zufallsvariable den Wert x oder einen kleineren Wert annimmt.
- `qnorm(x)` bestimmt das x -Quantil der Standardnormalverteilung
- `qchisq(x,n)` bestimmt das x -Quantil der χ^2 -Verteilung mit n Freiheitsgraden
- `qt(x,n)` bestimmt das x -Quantil der t -Verteilung mit n Freiheitsgraden
- `sqrt` berechnet eine Quadratwurzel.
- `sd` berechnet die Standardabweichung $\hat{\sigma}_X = \sqrt{\hat{\sigma}_X^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$
- `sum` berechnet eine Summe
- `t.test(x,y)` führt einen t -Test für unverbundene Stichproben x und y durch.
- `t.test(x,y,paired=TRUE)` führt einen t -Test für verbundene Stichproben x und y durch.
- `var` berechnet die Varianz $\hat{\sigma}_X^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$
- `wilcox.test(x,y)` führt einen Mann-Whitney U Test für unverbundene Stichproben x und y durch.
- `wilcox.test(x,y,paired=TRUE)` führt einen Wilcoxon-Test für verbundene Stichproben x und y durch.

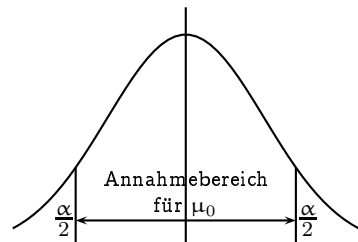
Quantile

Die folgende Tabelle gibt Quantile der Normalverteilung Q_N , der t Verteilung mit 15 Freiheitsgraden $Q_{t_{15}}$, der t Verteilung mit 99 Freiheitsgraden $Q_{t_{99}}$, und der χ^2 Verteilung mit 15 Freiheitsgraden $Q_{\chi_{15}^2}$ an.

x	0.95	0.99	0.995
$Q_N(x)$	1.64	2.33	2.58
$Q_{t_{15}}(x)$	1.75	2.60	2.95
$Q_{t_{99}}(x)$	1.66	2.36	2.63
$Q_{\chi_{15}^2}(x)$	25.00	30.58	32.80

Vergleich Konfidenzintervall/Signifikanztest/p-Wert

Konfidenzintervall:

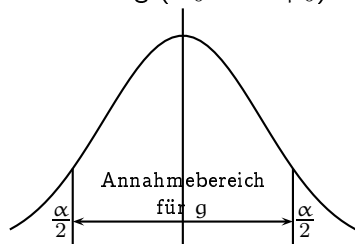


$$\bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot Q_N\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad \bar{X} \quad \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot Q_N\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

$H_0 : \bar{X} = \mu_0$ wird abgelehnt falls μ_0 nicht im Annahmebereich liegt

Signifikanztest: Teststatistik $g = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$

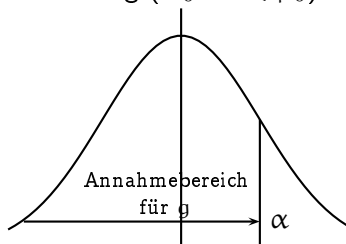
zweiseitig ($H_0 : \bar{X} = \mu_0$)



$$Q_N\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad 0 \quad Q_N\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

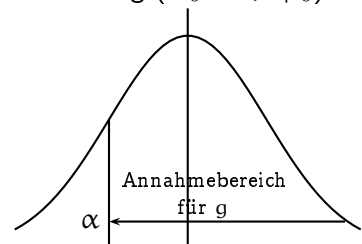
H_0 wird abgelehnt falls g nicht im Annahmebereich liegt

einseitig ($H_0 : \bar{X} \leq \mu_0$)



$$0 \quad Q_N(1 - \alpha)$$

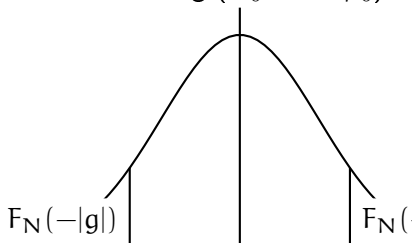
einseitig ($H_0 : \bar{X} \geq \mu_0$)



$$Q_N(\alpha) \quad 0$$

p-Wert: Teststatistik $g = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$

zweiseitig ($H_0 : \bar{X} = \mu_0$)

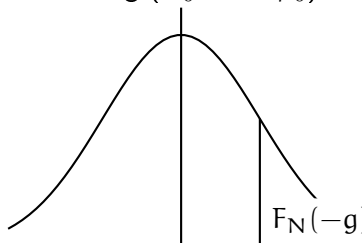


$$-|g| \quad 0 \quad |g|$$

$$p = 2 \cdot F_N(-|g|)$$

H_0 wird abgelehnt falls $p < \alpha$

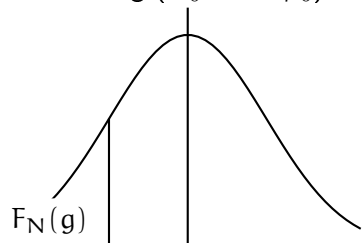
einseitig ($H_0 : \bar{X} \leq \mu_0$)



$$0 \quad g$$

$$p = F_N(-g)$$

einseitig ($H_0 : \bar{X} \geq \mu_0$)



$$g \quad 0$$

$$p = F_N(g)$$