

Begründen Sie bitte alle Ihre Antworten! Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt Ihren Namen und machen Sie klar, zu welcher Aufgabe Ihre Lösung jeweils gehört. Es gibt keine weiteren Hilfsmittel.

Viel Erfolg

1. Aufgabe

Betrachten Sie das folgende Spiel \mathcal{G} in Normalform. Die Auszahlungen von Spieler I sind links unten, die Auszahlungen von Spieler II rechts oben angegeben.

\mathcal{G}		Spieler II	
		A	B
Spieler I	A	3 x	x
	B	0 5	5

- 1.a) Sei $x = 4$. Bestimmen Sie alle Nash Gleichgewichte in reinen und gemischten Strategien. Welche Strategien sind evolutionär stabil?
- 1.b) Sei $x = 2$. Bestimmen Sie alle Nash Gleichgewichte in reinen und gemischten Strategien. Welche Strategien sind evolutionär stabil?
- 1.c) Sei $x = 4$. Was ist die Minimax Auszahlung für jeden Spieler? (berücksichtigen Sie, wie in der Vorlesung, auch gemischte Strategien).
- 1.d) Das Spiel werde unendlich oft wiederholt. Die Auszahlung der Spieler sei der Grenzwert des Mittelwertes der Auszahlungen $\liminf_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T u_t$.
 Sei $x = 4$. Welche Auszahlungen können in einem teilspielperfekten Gleichgewicht erreicht werden?
- 1.e) Sei x beliebig. Welche Auszahlungen können nun in einem teilspielperfekten Gleichgewicht des unendlich oft wiederholten Spieles erreicht werden? Machen Sie gegebenenfalls Fallunterscheidungen.
- 1.f) Sei $x = 4$. Nehmen Sie an es werde im unendlich oft wiederholten Spiel die folgende Strategiekombination gespielt:
Spieler I : Spiele immer A .
Spieler II : Beginne mit B und bleibe dabei, es sei denn, es ist irgendwann einmal nicht A, B gespielt worden (Spieler I hat nicht A gespielt oder Spieler II hat nicht B gespielt). Spiele ab dann immer A .
 Ist diese Strategiekombination ein Nash Gleichgewicht?
 Ist diese Strategiekombination ein teilspielperfektes Gleichgewicht?
- 1.g) Gibt es für den Fall $x = 0$ im unendlich oft wiederholten Spiel ein teilspielperfektes Gleichgewicht, in dem beide Spieler eine Auszahlung von 2 bekommen? Falls ja geben Sie ein Beispiel für ein solches teilspielperfektes Gleichgewicht.
- 1.h) Gibt es für den Fall $x = 0$ im unendlich oft wiederholten Spiel ein Nash Gleichgewicht, in dem beide Spieler eine Auszahlung von 2 bekommen und das nicht teilspielperfekt ist? Falls ja geben Sie ein Beispiel für ein solches Nash Gleichgewicht.

2. Aufgabe

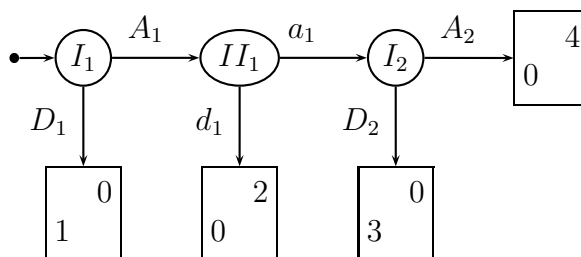
Eva und Maria verhandeln über einen Kuchen, der nur in n gleichgroße Stücke zerschnitten werden kann. Das Ergebnis der Aufteilung kann also durch eine ganze Zahl $i \in \{0, \dots, n\}$ beschrieben werden, wobei dann Eva einen Anteil i/n bekommt und Maria einen Anteil $(n - i)/n$.

Die Verhandlungen laufen wie folgt ab: In jeder Runde hat eine der beiden Spielerinnen die Möglichkeit, eine Aufteilung (einen Wert von i) auszuschließen. Eva beginnt, danach wechseln sich die beiden ab. Die Verhandlungen sind abgeschlossen, sobald nur noch eine Aufteilung übrig bleibt.

- 2.a) Sei $n = 2$. Es gibt also drei mögliche Aufteilungen: Eva bekommt gar keinen Kuchen, sie bekommt den halben Kuchen, oder sie bekommt den ganzen Kuchen.
Wieviel Strategien hat Eva? Wieviele Strategien hat Maria?
- 2.b) Finden Sie alle teilspielperfekten Gleichgewichte des Spieles. Welche Aufteilung wird erreicht?
- 2.c) Gibt es ein Nash Gleichgewicht das zu einer anderen Aufteilung führt? Wenn ja, beschreiben Sie es.
- 2.d) Sei $n = 3$. Wieviele Strategien hat Eva jetzt? Wieviele Strategien hat Maria? (Falls Sie keine Lust haben, das Ergebnis im Kopf auszurechnen, schreiben Sie auf, was man ausrechnen müsste.)
- 2.e) Bestimmen Sie alle teilspielperfekten Gleichgewichte für $n = 3$.
- 2.f) Sei n eine beliebige Zahl. Auf welche Aufteilung einigen sich die beiden im teilspielperfekten Gleichgewicht?

3. Aufgabe

Betrachten Sie das folgende Spiel in extensiver Form. Spieler I ist in den Knoten I_1 und I_2 am Zug. Spieler II ist nur im Knoten II_1 am Zug:



- 3.a) Wie viele Strategien hat Spieler I , wieviele hat Spieler II ?
- 3.b) Finden Sie alle teilspielperfekten Gleichgewichte des Spieles.
- 3.c) Transformieren Sie das Spiel in Normalform und finden Sie alle Nash Gleichgewichte.
- 3.d) Betrachten Sie nun wieder das Spiel in extensiver Form: Spieler II hat allerdings erfahren, dass es zwei Typen von Spieler I gibt. Spieler, die das Spiel verstanden haben, und Spieler die immer A spielen (d.h. im Knoten I_1 spielen sie immer A_1 und im Knoten I_2 spielen sie immer A_2). Der Anteil der Spieler die immer A spielen ist ϵ , der Anteil der Spieler die das Spiel verstanden haben ist $1 - \epsilon$.
Nehmen Sie an, von den Spielern I , die das Spiel verstanden haben, wählt ein Anteil x im Knoten I_1 die Aktion A_1 . Wenn Spieler II im Knoten II_1 zum Zug kommt, mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft er dann auf einen Spieler I der das Spiel verstanden hat?
- 3.e) Gibt es in diesem Spiel ein Gleichgewicht in reinen Strategien? Falls ja, was ist es und welche Auszahlungen erhalten die Spieler?
- 3.f) Gibt es in diesem Spiel ein Gleichgewicht in gemischten Strategien? Falls ja, was ist es und welche Auszahlungen erhalten die Spieler?