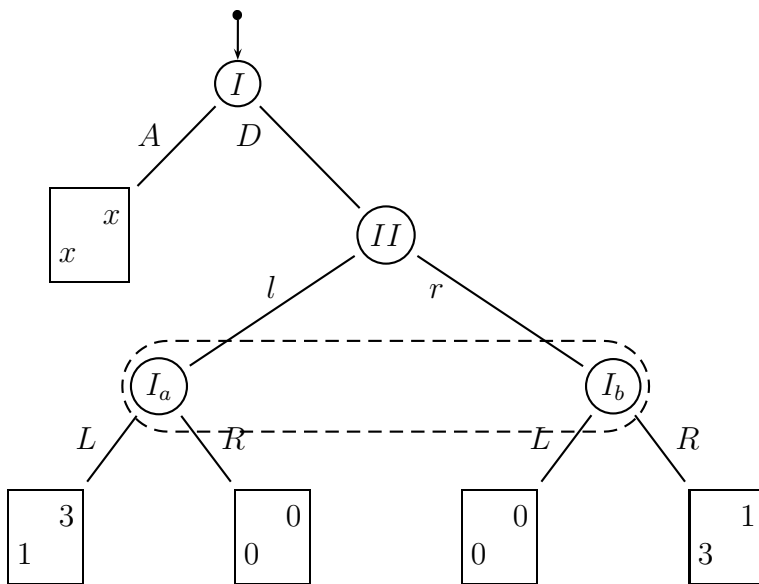


Begründen Sie bitte alle Ihre Antworten!

Aufgabe 1:

Betrachten Sie das folgende Spiel \mathcal{G} in extensiver Form. Die Auszahlungen von Spieler I sind links unten, die Auszahlungen von Spieler II rechts oben angegeben. Wenn Spieler I sich in Knoten I_a oder I_b befindet, weiß er nur, dass er in einem der beiden Knoten ist, er kann nicht sagen, in welchem der beiden Knoten er sich befindet.



1. Welches Lösungskonzept ist für dieses Spiel angemessen?

2. Nehmen Sie an, dass $x = 2$ ist. Wenden Sie das Lösungskonzept an, und bestimmen Sie alle Gleichgewichte.
3. Sei immer noch $x = 2$. Transformieren Sie das Spiel in Normalform und bestimmen Sie alle Nash Gleichgewichte.
4. Sei immer noch $x = 2$. Betrachten Sie wieder das Spiel in extensiver Form \mathcal{G} . Das Spiel wird mehrmals gespielt. Die Spieler können jeweils den Ausgang der vorangegangenen Runden beobachten. Ist es möglich, dass, wenn das Spiel zweimal gespielt wird, im Gleichgewicht in der ersten Runde DR, l gespielt wird? Falls nein, wie oft muss man das Spiel spielen, damit es ein Gleichgewicht gibt, in dem in der ersten Runde DR, l gespielt wird?
5. Betrachten Sie wieder das Spiel in extensiver Form \mathcal{G} . Sei x eine beliebige reelle Zahl. Bestimmen Sie alle Gleichgewichte und machen Sie gegebenenfalls Fallunterscheidungen (Hinweis: kann es sein, dass Spieler I im Gleichgewicht über A und D mischt? Wenn ja, für welche Werte von x ?)

Aufgabe 2:

Zwei Unternehmen stellen jeweils ein Produkt her, das gegebenenfalls durch eine neue Erfindung verbessert werden kann. Die Unternehmer gehen davon aus, dass der Wert der Erfindung für beide Unternehmen unabhängig und gleichverteilt im Intervall $[0, 100]$ ist. Wir nennen den Wert den die Erfindung für Unternehmen 1 hat v_1 , und den Wert den die Erfindung für Unternehmen 2 hat v_2 .

Der Erfinder bietet nur den beiden Unternehmen das folgende Vorgehen an. Jeder Unternehmer i nennt dem Erfinder einen Preis p_i , und der Unternehmer mit dem höchsten Preis bekommt das Recht die Erfindung zu nutzen und muß den Preis zahlen. Sein Nutzen ist also $v_i - p_i$. Der Nutzen des Unternehmers mit dem niedrigeren Preis ist Null. Nennen beide Unternehmer den gleichen

Preis, dann wirft der Erfinder eine faire Münze und bestimmt so, wer die Erfindung bekommt. Nur der muss dann seinen Preis zahlen, bekommt also $v_i - p_i$, der andere bekommt wieder Null.

1. Nehmen Sie zunächst an, dass beide zuerst ihren Preis p_i nennen müssen. Danach erst stellt sich heraus, wie sie die Erfindung bewerten (also wie groß v_i ist). Bestimmen Sie die Reaktionsfunktionen. Welchen Preis p_i geben die beiden Unternehmen im Gleichgewicht an?
2. Nehmen Sie jetzt an, dass die beiden Unternehmen jeweils einen Agenten verwenden. Die beiden Agenten kennen den Wert v_i der Erfindung für jeweils für ihr Unternehmen i . Sie nennen, abhängig von v_i , den Preis

$p_i = c_i + v_i$. Die Konstante c_i kann das Unternehmen jeweils bestimmen. Zu dem Zeitpunkt, zu dem die Konstante c_i bestimmt wird, ist der Wert v_i allerdings noch nicht bekannt. Bestimmen Sie wieder die Reaktionsfunktionen. Welche Konstanten c_i werden die Unternehmen im Gleichgewicht bestimmen?

3. Jetzt nennt der Agent eines Unternehmens einen Preis $p_i = c_i + b_i v_i$ wobei c_i und b_i von den Unternehmen vorher festgelegt werden kann. Allerdings ist zu dem Zeitpunkt v_i noch nicht bekannt. Welche Werte für c_i und b_i werden die Unternehmen im Gleichgewicht festlegen?

Aufgabe 3:

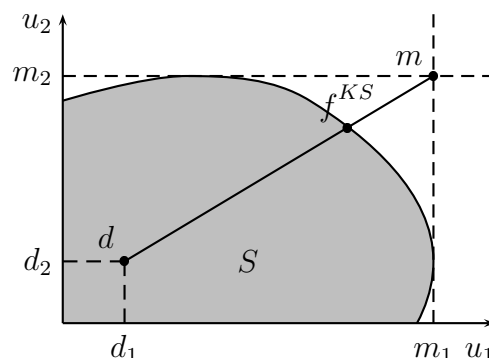
Ein Nash-Verhandlungsproblem wird durch einen Verhandlungsbereich S und durch einen Drohpunkt d beschrieben. Wir nehmen an, dass S kompakt und konvex ist und dass d in S liegt. Eine Verhandlungslösung ist eine Funktion $f(S, d)$ die einen Punkt aus S auswählt.

Erinnern Sie sich, dass die Nash-Verhandlungslösung beschrieben werden kann als $f^N(S, d)$ die dem Problem (S, d) das folgende Element s_1, s_2 aus S zuordnet:

$$f^N(S, d) \equiv \arg \max_{(d_1, d_2) \leq (s_1, s_2) \in S} (s_1 - d_1)(s_2 - d_2)$$

Kalai und Smorodinsky schlagen eine alternative Verhandlungslösung vor. Sie bezeichnen den maximalen Betrag den Spieler i in einer Allokation aus $s \in S$, wobei $s > d$ ist, bekommen kann mit m_i . So wird der Punkt m in der Skizze bestimmt.

Wir betrachten nun die Gerade die durch d und m bestimmt wird, d.h. die Menge aller Punkte die durch $(x_1, x_2) = \alpha(m_1, m_2) + (1 - \alpha)(d_1, d_2)$ gegeben ist. Wir bewegen uns auf dieser Geraden von Punkt d aus in Richtung des Punktes m . An der Stelle, an der wir den Verhandlungsbereich S verlassen, liegt die Kalai-Smorodinsky Verhandlungslösung f^{KS} .



1. Untersuchen Sie das Verhandlungsproblem (S, d) in dem $d = (0, 0)$ und S die konvexe Hülle der Punkte $(0, 0)$, $(4, 0)$, und $(0, 2)$ (das heisst, das S ist die dreieckige Fläche, die diese Punkte als Eckpunkte hat).

Was ist die Kalai-Smorodinsky Verhandlungslösung f^{KS} für dieses Problem? Was ist die Nash Verhandlungslösung f^N für dieses Problem?

2. Ist die Kalai-Smorodinsky Lösung immer eindeutig? Welche Annahme braucht man dazu?

3. Geben Sie ein einfaches Beispiel für ein Verhandlungsproblem (S, d) in dem $f^{KS} \neq f^N$, in dem also die Kalai-Smorodinsky Lösung nicht mit der Nash Verhandlungslösung zusammenfällt.

4. Welche Axiome der Nash-Verhandlungslösung werden durch f^{KS} erfüllt, welche nicht. Für Axiome die nicht erfüllt werden, geben Sie bitte ein Gegenbeispiel. Für Axiome die erfüllt werden, begründen Sie bitte Ihre Antwort mit einer kurzen Rechnung.