

Lösen Sie bitte alle folgenden Aufgaben. Verwenden Sie für jede Aufgabe möglichst einen neuen Bogen den Sie mit Ihrem Namen und der Nummer der Aufgabe kennzeichnen. Denken Sie bitte an eine vollständige Begründung Ihrer Antworten! Falls Sie möchten, daß Ihre Note im Internet veröffentlicht wird, vermerken Sie das bitte auf dem ersten Bogen. — Viel Erfolg!

## 1 Aufgabe

Betrachten Sie das folgende symmetrische Zweipersonenspiel (Auszahlungen von Spieler 1 unten links, von Spieler 2 oben rechts): Finden Sie alle Nash Gleichgewichte dieses Spiels. Begründen Sie, warum das von Ihnen verwendete Vorgehen ausreicht, alle Gleichgewichte zu finden.

		Spieler 2		
		$t_1$	$t_2$	$t_3$
Spieler 1	$s_1$	8 8	5 7	4 -4
	$s_2$	7 5	1 1	0 2
	$s_3$	-4 4	2 0	10 10

## 2 Aufgabe

In einem Rubinstein-Verhandlungsspiel, in dem ein Dollar aufgeteilt werden soll, spielt ein unendlich lang lebender Spieler 1 gegen eine Folge kurzlebiger Spieler 2, 3, 4, ..., die jeweils nur zwei Perioden existieren. Der Diskontfaktor  $\delta$  ist für alle Spieler gleich.

Sei  $n \in \{0, 1, 2, \dots\}$ . In allen Perioden  $2n$  macht Spieler 1 ein Angebot an Spieler  $n + 2$ . In Periode  $2n + 1$  macht Spieler  $n + 2$  ein Angebot an Spieler 1.

Wenn also  $(i/j)$  beschreibt, daß Spieler  $i$  ein Angebot an Spieler  $j$  macht, dann läuft das Spiel (solange kein Spieler ein Angebot annimmt) wie folgt:

$(1/2)$   
 $(2/1)$   
 $(1/3)$   
 $(3/1)$   
 $(1/4)$   
 $(4/1)$   
 $\vdots$

- a) Prüfen Sie, ob die folgende Strategiekombination ein teilspielperfektes Gleichgewicht ist: Jeder vorschlagende Spieler schlägt den Anteil  $\frac{1}{1+\delta}$  für sich selbst vor und nimmt jedes Angebot an, falls er wenigstens  $\frac{\delta}{1+\delta}$  bekommt. Begründen Sie Ihre Antwort.
- b) Gibt es andere teilspielperfekte Gleichgewichte?

### 3 Aufgabe

Betrachten Sie das folgende Spiel, an dem zwei Spieler beteiligt sind und das in zwei Stufen eingeteilt ist. In der ersten Stufe spielen die zwei Spieler das unten beschriebene Spiel A (Die Auszahlungen stehen für Spieler 1 links unten, für Spieler 2 rechts oben).

		Spieler 2	
		$t_1$	$t_2$
Spieler 1	$s_1$	4	5
	$s_2$	1	2

Der Ausgang des Spieles in der ersten Stufe bestimmt, welches Spiel in der zweiten Stufe gespielt wird. Wurde im ersten Spiel  $(s_1, t_1)$  oder  $(s_2, t_2)$  gespielt, dann spielen die Spieler in der zweiten Periode das Spiel B, andernfalls spielen sie in der zweiten Periode das Spiel C.

		Spieler 2	
		$t_3$	$t_4$
Spieler 1	$s_3$	2	5
	$s_4$	$a$	-1

		Spieler 2	
		$t_5$	$t_6$
Spieler 1	$s_5$	3	-5
	$s_6$	-7	1

Die Auszahlung des Zweistufenspiels ist die Summe der Auszahlungen beider Perioden. Zwischen den Perioden erfährt jeder Spieler, welche Strategie der andere in der ersten Periode gespielt hat.

- Wieviele Teilspiele besitzt dieses Zweistufenspiel? (Zählen Sie das Spiel selbst mit)
- Wie kann eine Strategie von Spieler 1 und von Spieler 2 notiert werden? Geben Sie ein Beispiel und machen Sie Ihre Notation klar!
- Sei  $a = 3$ . Zeigen Sie, daß das obige Zweistufenspiel ein teilspielperfektes Gleichgewicht besitzt, in dem Spieler 1 die Auszahlung 9 erhält! Benutzen Sie dabei die Notation aus Aufgabe 2!
- Sei nun  $a = 0$ .
  - Finden Sie alle Gleichgewichte des Spieles C!
  - Gibt es ein teilspielperfektes Gleichgewicht des Zweistufenspiels in dem Spieler 1 die Auszahlung 9 erhält?

## 4 Aufgabe

Betrachten Sie folgendes Spiel:

		Spieler I	
		<i>a</i>	<i>b</i>
Spieler II	<i>A</i>	-1    -1	1    1
	<i>B</i>	1    1	-1    -1

- a) Bestimmen Sie **alle** Nash-Gleichgewichte! Begründen Sie Ihre Antwort!
- b) Nun wird das Spiel zweimal hintereinander gespielt. Der Payoff der Spieler ist die Summe der Auszahlungen beider Runden.
- (a) Bestimmen Sie ein teilspielperfektes Gleichgewicht in **reinen** Strategien in welchem **nicht** in allen Teilspielen die in der zweiten Periode beginnen, die gleiche Strategiekombination des Stufenspiels gespielt wird. Achten Sie darauf, die Strategien der Spieler vollständig zu beschreiben. Begründen Sie, warum Ihre Lösung ein teilspielperfektes Gleichgewicht ist.
  - (b) Zeigen Sie, daß **alle** teilspielperfekten Gleichgewichte in **reinen** Strategien zu identischen Auszahlungen führen.
- c) Nehmen Sie nun an, daß das Spiel  $n$  mal wiederholt wird. Der Payoff der Spieler ist die Summe der Auszahlungen aller  $n$  Runden.
- (a) Bestimmen Sie ein teilspielperfektes Gleichgewichte in **reinen** Strategien in welchem für wenigstens eine Periode **nicht** in allen Teilspielen die gleiche Strategiekombination des Stufenspiels gespielt wird. Beschreiben Sie die Strategien der Spieler vollständig.
  - (b) Zeigen Sie, daß **alle** teilspielperfekten Gleichgewichte in **reinen** Strategien zu identischen Auszahlungen führen.

Viel Erfolg!