

Es gibt unterschiedliche Versionen — Sie finden die richtigen Antworten jeweils unter verschiedenen Buchstaben (a,b,c,d,e), die Antworten sind aber in allen Versionen die gleichen.

Aufgabe: Zwei Studenten wohnen nebeneinander. Jeder hört gerne seine Musik, stört sich aber am Lärm seines Nachbarn. Sei s_1 der Geräuschpegel, den der erste Student produziert und sei s_2 der Geräuschpegel, den der zweite Student produziert. Die Nutzenfunktion des ersten Studenten ist

$$U_1(s_1, s_2) = s_1 \cdot (20 - s_1) - 2s_2.$$

Die Nutzenfunktion des zweiten Studenten ist

$$U_2(s_1, s_2) = s_2 \cdot (20 - s_2) - 2s_1.$$

Die Reaktionsfunktion des ersten Studenten ist gegeben durch. Hier wenden wir die gleiche Technik an wie bei Cournot und bestimmen zunächst die **Reaktionsfunktionen**. Die erste Ableitung der Nutzenfunktion $dU_1/ds_1 = 20 - 2s_1$ gleich Null setzen und nach s_1 auflösen ergibt $s_1 = 10$ (und $s_2 = 10$ für den zweiten Studenten). (4 Punkte)

- 1a: $s_1 = s_2$
- 1b: $s_1 = 10 - 2s_1$
- 1c: $s_1 = 10$
- 1d: $s_2 = (19s_1 - s_2^2)/2$
- 1e: $s_1 = 20 - 2s_2$

Die zwei Gleichungen $s_1 = 10, s_2 = 10$ mit zwei Unbekannten s_1, s_2 sind sehr leicht zu lösen.

Der Geräuschpegel, den der zweite Student im Gleichgewicht wählt, ist (5 Punkte)

2:	a 0	b 9	c <input checked="" type="checkbox"/> 10	d 20/3	e 20
----	-----	-----	--	--------	------

Der Nutzen des zweiten Studenten ist im Gleichgewicht. Hier setzen wir einfach $s_1 = s_2 = 10$ in die Nutzenfunktion ein $U_2 = s_2 \cdot (20 - s_1) - 2s_2 = 80$ (5 Punkte)

3:	a 0	b 81	c <input checked="" type="checkbox"/> 80	d 680/9	e 100
----	-----	------	--	---------	-------

Nehmen Sie nun an, daß die Regierung einen maximalen Geräuschpegel \bar{s} festlegt, der von niemandem überschritten werden kann. Es gilt also stets $s_1 < \bar{s}$ und $s_2 < \bar{s}$.

Wie wird der erste Student sein s_1 wählen, gegeben ein bestimmtes \bar{s} ?

Oben haben wir gefunden dass die Studenten ohne Regulierung $s_1 = s_2 = 10$ wählen. Wenn die Regierung $\bar{s} \geq 10$ wählt, ändern die Studenten ihr Verhalten nicht. Was aber, wenn $\bar{s} < 10$? Die erste Ableitung der Nutzenfunktion ist positiv für $s_1 < 10$, d.h. die Studenten wollen in dem Bereich ein möglichst großes s_1 wählen. Das größtmögliche ist dann der durch die Regierung vorgeschriebene maximale Geräuschpegel. Die Studenten wählen also jeweils das Minimum von \bar{s} und 10. (4 Punkte)

- 4a: $s_1 = \min(10, \bar{s})$
- 4b: $s_1 = \max(10, \bar{s})$
- 4c: $s_1 = 10 - 2\bar{s}$
- 4d: $s_1 = \min(s_2, \bar{s})$
- 4e: $s_1 = (s_2 + \bar{s})/2$

Gegeben diese Reaktionsfunktion, bestimmen sie den Wert von \bar{s} , durch den die Summe des Nutzens der beiden Studenten maximal wird.

Die Summe $U_1 + U_2 = 18s_1 - s_1^2 + 18s_2 - s_2^2$, nach s_1 und s_2 ableiten und Null setzen ergibt $18 - 2s_1 = 0$ und $18 - 2s_2 = 0$, also $s_1 = s_2 = 9$. (9 Punkte)

5:	a 0	b 10	c <input checked="" type="checkbox"/> 9	d 18	e 680/9
----	-----	------	---	------	---------

Aufgabe: Betrachten Sie folgendes Spiel G (Die Auszahlung von Spieler I steht jeweils unten links, die Auszahlung von Spieler II steht oben rechts)

G :

		Spieler II	
		L	R
Spieler I	T	0, 1	0, 2
	B	3, 2	4, 0

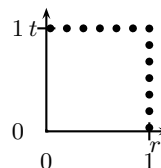
Bestimmen Sie zunächst alle Nash Gleichgewichte in reinen Strategien. Welche der folgenden Aussagen trifft zu (mehrere Antworten möglich)?

In dieser Aufgabe geht es um **Nash Gleichgewichte und um Rückwärtsinduktion**. Man sieht leicht, daß (T, R) das einzige Nash Gleichgewicht in reinen Strategien ist. Bei allen anderen anderen reinen Strategiekombinationen lohnt es sich für mindestens einen Spieler abzuweichen. (15 Punkte)

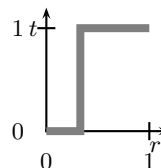
- 6a: (T, L) ist ein Nash Gleichgewicht
- 6b: (T, R) ist ein Nash Gleichgewicht
- 6c: (B, L) ist ein Nash Gleichgewicht
- 6d: (B, R) ist ein Nash Gleichgewicht
- 6e: Es gibt kein Nash Gleichgewicht in reinen Strategien

Zeichnen Sie die Reaktionsfunktionen der Spieler und bestimmen Sie nun alle Nash Gleichgewichte, also zusätzlich zu den Gleichgewichten die Sie bereits gefunden haben auch Nash Gleichgewichte in gemischten Strategien. Gibt es ein Nash Gleichgewicht in dem die Strategie T mit der folgenden Wahrscheinlichkeit gespielt wird... (mehrere Antworten möglich)

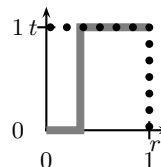
Wir nennen r die Wahrscheinlichkeit mit der Spieler II R spielt, und t die Wahrscheinlichkeit mit der Spieler I T spielt. Spieler II wird immer R spielen, wenn auch nur mit einer kleinen Wahrscheinlichkeit B gespielt wird. Nur wenn Spieler I immer T spielt ist Spieler II indifferent. Wir erhalten für Spieler II also die folgende Reaktionsfunktion:



Wann ist Spieler I indifferent zwischen T und B? Abhängig von der gemischten Strategien von II sind die Auszahlungen bei $U_T = (1-r) + 2r$ und $U_B = 2(1-r)$. Wir setzen $U_B = U_T$ und finden $r = 1/3$. Wenn $r > 1/3$ wird I immer T spielen, wenn $r < 1/3$ wird I immer B spielen. Die Reaktionsfunktion von I ist also



Wir legen die beiden Reaktionsfunktionen übereinander...



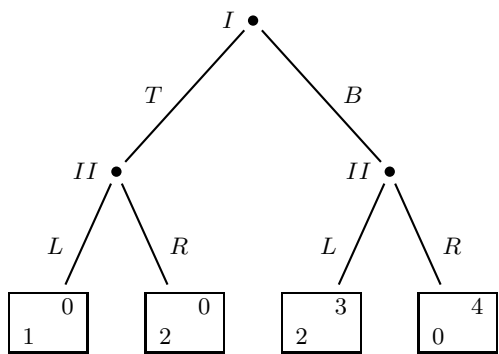
...und sehen das Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien T, R (das haben wir oben bereits gefunden). Wir sehen ferner, dass es ganz viele Nash Gleichgewichte in gemischten Strategien gibt. Wann immer Spieler I immer T spielt und Spieler II mit Wahrscheinlichkeit $r \geq 1/3$ seine Strategie R spielt, sind wir im Gleichgewicht. (15 Punkte)

7:	a 0	b 1/3	c <input checked="" type="checkbox"/> 1/2	d 3/4	e <input checked="" type="checkbox"/> 1
----	-----	-------	---	-------	---

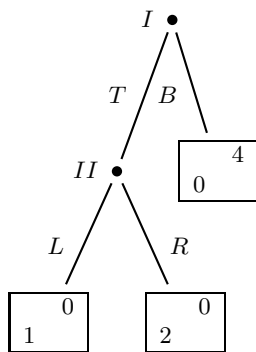
Gibt es ein Nash Gleichgewicht in dem die Strategie R mit der folgenden Wahrscheinlichkeit gespielt wird? (mehrere Antworten möglich) (25 Punkte)

8:	a 0	b <input checked="" type="checkbox"/> 1/3	c <input checked="" type="checkbox"/> 2/3	d <input checked="" type="checkbox"/> 3/4	e <input checked="" type="checkbox"/> 4/5
----	-----	---	---	---	---

Nun zieht zunächst Spieler I. Spieler II kann diesen Zug beobachten.



Wenn Spieler I wählt, wird Spieler II immer R spielen. Dann ist die Auszahlung für I Null.



Also wird I immer T wählen weil er dort wenigstens 1 bekommt. Dann bekommt II immer Null und ist indifferent zwischen L und R, kann also, wenn er T sieht, beliebig mischen (also auch 1/2, 1/2, oder auch immer R spielen), und im Gleichgewicht bekommt I irgendeine Auszahlung zwischen 1 und 2.

Lösen Sie das Spiel per Rückwärtsinduktion. Im Gleichgewicht gilt für die Auszahlungen (mehrere Antworten möglich)...

(20 Punkte)

9a: Spieler I bekommt in jedem Gleichgewicht mindestens 1

9b: Spieler I bekommt in jedem Gleichgewicht mindestens 2

9c: Spieler I bekommt in jedem Gleichgewicht höchstens 2

9d: Spieler II bekommt in jedem Gleichgewicht 4

9e: Spieler II bekommt in jedem Gleichgewicht 0

... und für die Strategien (mehrere Antworten möglich)...

(15 Punkte)

10a: Spieler I zieht immer T

10b: Spieler I zieht immer B

10c: Wenn Spieler II sieht, dass I B zieht, dann wählt II stets R

10d: Wenn Spieler II sieht, dass I B zieht, dann wählt II stets L

10e: Wenn Spieler II sieht, dass I T zieht, dann kann II mit Wahrscheinlichkeit 1/2 L, und mit Wahrscheinlichkeit 1/2 R spielen.

Aufgabe: Eva duscht morgens gerne. Wenn sie t Minuten duscht, ist ihr das genauso viel wert wie ein Betrag von $2t - t^2/9$. Wie lange duscht Eva wenn sie diesen Betrag maximiert?

In dieser Aufgabe geht es um **moralisches Risiko (moral hazard)**. Wir leiten den Gewinn von Eva nach t ab und erhalten die Bedingung $2 - 2t/9 = 0$. Die lösen wir nach t auf und erhalten $t = 9$. (5 Punkte)

11: a 3 b 9 c 18 d $\sqrt{6}$ e 0

Durch langes Duschen steigt allerdings auch die Gefahr eines Wasserschadens. Falls $t < 300$ tritt mit Wahrscheinlichkeit $t/300$ ein Wasserschaden ein. Falls $t \geq 300$ tritt der Schaden sicher ein. Die Schadenshöhe beläuft sich in jedem Fall auf 400.

Eva ist risikoneutral. Wie viele Minuten duscht Eva wenn sie die Schadenswahrscheinlichkeit berücksichtigt?

Jetzt maximiert Eva $2t - t^2/9 - 400t/300$. Die Bedingung erster Ordnung ist $2/3 - 2t/9 = 0$. Das lösen wir nach t auf und erhalten $t = 3$. (7 Punkte)

12: a 3 b 9 c 18 d $\sqrt{6}$ e 0

Eines Tages wird das Wasser abgestellt und Eva kann nicht duschen ($t = 0$). Jetzt kann aber auch kein Wasserschaden entstehen. Wieviel Geld muss man Eva geben, damit es ihr genauso gut geht wie sonst (d.h. mit Dusche aber auch mit möglichem Wasserschaden)?

Wir wissen, was Eva ansonsten gemacht hätte, nämlich 3 Minuten geduscht, mit einem Gesamtnutzen von $2t - t^2/9 - 400t/300$. Einsetzen von $t = 3$ ergibt einen Gesamtnutzen von 1. (4 Punkte)

13: a 0 b 1 c 2 d 8 e 9

Das Wasser wird wieder angestellt und Eva überlegt, eine Hausratversicherung abzuschliessen. Diese Versicherung zahlt jeden Wasserschaden in voller Höhe. Wie viele Minuten würde Eva dann duschen?

Wir haben bereits oben ausgerechnet, wie lange Eva duscht, wenn Sie sich um den Wasserschaden nicht kümmert, nämlich 9 Minuten. Durch das Abziehen einer Konstanten (Versicherungsbeitrag) ändert sich das Maximierungsproblem nicht. (4 Punkte)

14: a 3 b 9 c 18 d $\sqrt{6}$ e 0

Die Versicherung verlangt eine faire Versicherungsprämie (d.h. eine Prämie, bei der sie im Erwartungswert Nullgewinne macht)? Wie hoch ist diese (pro Tag)?

Wir setzen in $400t/300$ den Wert $t = 9$ ein und erhalten eine Prämie von 12. (4 Punkte)

15: a 0 b 2 c 3 d 9 e 12

Um welchen Betrag stellt sich Eva durch den Abschluss der Versicherung besser (falls sie sich schlechter stellt, drücken Sie das durch einen negativen Betrag aus)?

Wenn Eva 9 Minuten duscht ist ihr Nutzen (ohne Wasserschaden) $2t - t^2/9 = 9$. Jetzt muss sie aber noch die Prämie von 12 abziehen, ihr Nutzen mit Versicherung ist also $9 - 12 = -3$. Ohne Versicherung hat sie einen Nutzen von 1 (haben wir oben ausgerechnet), d.h. sie stellt sich um 4 Einheiten schlechter. (4 Punkte)

16: a -8 b -4 c 0 d 4 e 8

Aufgabe: Bei jedem Preis $p \leq 10$ pro Einheit werden genau 10 Einheiten Knorz nachgefragt. Steigt der Preis auf $p > 10$, wird gar kein Knorz mehr nachgefragt (die Konsumenten steigen dann auf das Alternativprodukt Knirps um). Knorz wird zu Grenzkosten von $c = 7$ pro Einheit hergestellt. Ausserdem muss jede Firma Fixkosten von 6 aufwenden, bevor die Produktion beginnt.

Was ist der Gewinn einer Firma, die als einzige Knorz anbietet und die ihren Gewinn maximiert?

In dieser Aufgabe geht es um **Monopol, monopolistischen Wettbewerb und Bertrand Wettbewerb**. Der gewinnmaximale Preis ist 10. Zu diesem Preis werden genau 10 Einheiten abgesetzt. Der Gewinn ist also $10 \cdot (10 - 7) - 6 = 24$. (7 Punkte)

17: a 10 b 24 c 42 d 30 e 100

Nehmen Sie an, dass wenn n Firmen im Markt sind, jede Firma genau $10/n$ Einheiten Knorz absetzen kann, sofern der Preis dieser Firma $p \leq 10$ ist. Bei einem Preis $p > 10$ kann die Firma nichts absetzen. Wie viele Firmen werden langfristig bei monopolistischem Wettbewerb im Markt sein?

Wie oben wird jede Firma einen Preis von 10 setzen. Bei n Firmen im Markt setzt jede $10/n$ ab, der Gewinn ist also

(10/n) · (10 - 7) - 6. Wir setzen diesen Ausdruck Null und finden n = 5. (15 Punkte)

18:	a	1	b	5	c	6	d	10	e	30
-----	---	---	---	--------------	---	---	---	----	---	----

Jetzt nehmen Sie an, dass sich die Firmen im Bertrand Wettbewerb befinden. Die Konsumenten kaufen bei der Firma mit dem niedrigsten Preis. Bei jedem Preis $p \leq 10$ pro Einheit werden genau 10 Einheiten Knorz nachgefragt. Wenn mehrere Firmen den niedrigsten Preis setzen, teilen sie sich die Nachfrage. Wie viele Firmen werden langfristig im Markt sein?

Wenn nur eine Firma im Markt ist, hat diese (wie oben berechnet) einen Gewinn von 24. Wenn weitere Firmen in den Markt eintreten, liegt das einzige Gleichgewicht im Bertrand Wettbewerb bei Preis=Grenzkosten. Der Gewinn der Firmen ist also $10/n \cdot (6 - 6) - 6$. Der Gewinn ist also immer negativ, mithin lohnt es sich für keine Firma in der Markt einzutreten, wenn schon eine im Markt ist. (15 Punkte)

19:	a	1	b	5	c	6	d	10	e	30
-----	---	--------------	---	---	---	---	---	----	---	----

Aufgabe: Zwei identische Firmen A und B produzieren perfekte Substitute mit den gleichen Grenzkosten c . Die Firma, welche den geringeren Preis verlangt, bedient den gesamten Markt. Bei gleichen Preisen wird der Markt zwischen beiden Firmen geteilt. Wenn nur eine einzige Firma im Markt wäre, würde sie im Gewinnmaximum den Monopolpreis $p^m > c$ setzen. Nehmen Sie an, dass $p^m > 5c$.

Die Firmen sehen jeden Tag welche Preise ihre Wettbewerber tags zuvor gesetzt haben, und setzen dann simultan ihre Preise p^A und p^B . Der Gewinn zum Zeitpunkt t der beiden Firmen π_t^A und π_t^B wird mit dem Faktor δ abdiskontiert, d.h. Firma A maximiert $\sum_{t=0}^{\infty} \delta^t \pi_t^A$ und Firma B maximiert $\sum_{t=0}^{\infty} \delta^t \pi_t^B$. Betrachten Sie die folgende Strategiekombination: Jede Firma wählt am Tag $t = 0$ den Monopolpreis p^m . Für alle weitere Tage t gilt: Falls beide Firmen in den Perioden 0 bis $t - 1$ immer den Preis p^m gesetzt haben, wird auch an Tag t der Preis p^m gesetzt. Ansonsten wird der Preis c gesetzt.

Für welche Werte von δ ist diese Strategie ein Gleichgewicht? (Tipp: $\sum_{t=0}^{\infty} \delta^t = \frac{1}{1-\delta}$) (mehrere Antworten möglich)

In dieser Aufgabe geht es um **wiederholte Spiele**. Wenn beide Firmen den Monopolpreis setzten, nennen wir den Gewinn G^m . Wenn sich also beide Firmen an obige Strategie halten, ist der Gewinn $G^m/(1 - \delta)$. Wenn eine Firma abweicht und einen geringfügig kleineren Preis nimmt, bekommt sie in der ersten Periode $2G^m$. Die Firma wird nur abweichen wenn $G^m/(1 - \delta) \leq 2G^m$. Wenn wir das nach δ auflösen, erhalten wir $\delta \geq 1/2$ (tatsächlich kann das δ sogar noch ein bisschen kleiner sein, weil ja der Gesamtgewinn beim Abweichen durch die Preissenkung ein kleines bisschen wird.). Sowohl $\delta = 1/2$ also auch $\delta = 3/4$ erfüllen die Bedingung $\delta \geq 1/2$. (25 Punkte)

20:	a	c/p_m	b	$(c/p_m)^2$	c	1/4	d	1/2	e	3/4
-----	---	---------	---	-------------	---	-----	---	----------------	---	----------------

Nehmen Sie nun an, dass Information über die Preise des Wettbewerbs langsamer übermittelt wird. Die Preise, die jeweils in Periode t gesetzt werden, sind dem Wettbewerber erst in Periode $t + 2$ bekannt (und nicht schon in Periode $t + 1$ wie oben).

Betrachten Sie die folgende Strategiekombination: Jede Firma wählt an den ersten beiden Tagen $t = 0$ und $t = 1$ den Monopolpreis p^m . Für alle weitere Tage t gilt: Falls beide Firmen in den Perioden 0 bis $t - 2$ immer den Preis p^m gesetzt haben wird auch an Tag t der Preis p^m gesetzt. Ansonsten wird der Preis c gesetzt.

Für welche Werte von δ ist diese Strategie ein Gleichgewicht? (mehrere Antworten möglich)

Jetzt bekommt die abweichende Firma in zwei Perioden den Monopolgewinn, in der zweiten Periode allerdings mit

dem Faktor δ abdiskontiert: $2G + 2\delta G$. Wieder vergleichen wir den Gewinn den wir bekommen, wenn wir uns an obige Strategie halten mit dem Gewinn bei Abweichen: $G^m/(1 - \delta) \leq 2G^m(1 + \delta)$. Diese Bedingung ist erfüllt wenn $\delta \geq 1/\sqrt{2}$. (25 Punkte)

21:	a	$(c/p_m)^2$	b	1/4	c	1/2	d	1/\sqrt{2}	e	1
-----	---	-------------	---	-----	---	-----	---	-----------------------	---	--------------

Aufgabe: Die Gewerkschaft \mathcal{G} kontrolliert den Arbeitsmarkt aller Arbeiter in der Knorzherstellung und legt den Stundenlohn w fest. Die Knorzproduzenten verhalten sich auf dem Arbeitsmarkt als Preisnehmer und wählen wie viele Stunden a sie jeweils Arbeiter beschäftigen. In einer Arbeitsstunde kann genau eine Einheit Knorz produziert werden, weitere Kosten entstehen nicht. Die inverse Nachfrage nach Knorz ist $p(q) = 12 - q$.

Nehmen Sie an, es gibt nur einen Produzenten von Knorz der auf dem Outputmarkt als Monopolist auftritt. Welchen Lohn w legt die Gewerkschaft fest, wenn Sie das Gesamteinkommen der Arbeiter $w \cdot a$ maximiert? In dieser Aufgabe geht es um **Faktormärkte, Rückwärtsinduktion und Cournot**. Wir betrachten zunächst das Maximierungsproblem des Monopolisten. Der Erlös ist $R = pq = (12 - q)q$. Der Grenzerlös ist also $12 - 2q$. Im Gewinnmaximum gilt Grenzerlös=Grenzkosten, also $12 - 2q = w$. Wir lösen diesen Ausdruck nach q auf, und erhalten als Outputmenge die der Monopolist bei gegebenem Lohn festlegen wird $q = 6 - w/2$. Um eine Einheit Output herzustellen, brauchen wir auch eine Arbeitsstunde, die Gewerkschaft weiß also, dass zum Lohn w insgesamt $a = 6 - w/2$ Arbeitsstunden nachgefragt werden. Die Gewerkschaft maximiert $w \cdot a = w \cdot (6 - w/2)$. Diesen Ausdruck leiten wir nach w ab und erhalten $6 - w$. Die Ableitung ist Null wenn $w = 6$. Die zweite Ableitung ist negativ, wir haben also tatsächlich ein Gewinnmaximum der Gewerkschaft gefunden.

Bei einem Lohn von 6 wird der Monopolist $q = 6 - w/2 = 3$ Einheiten Knorz herstellen. (17 Punkte)

22:	a	6	b	2	c	3	d	4	e	12
-----	---	--------------	---	---	---	---	---	---	---	----

Wieviel Knorz wird produziert? (17 Punkte)

23:	a	6	b	2	c	3	d	4	e	12
-----	---	---	---	---	---	--------------	---	---	---	----

Nehmen Sie nun an, es gibt zwei Produzenten von Knorz die auf dem Outputmarkt als Cournot Oligopolisten auftreten. Welchen Lohn w legt die Gewerkschaft fest?

Die beiden Cournot Oligopolisten produzieren Mengen q_1 und q_2 . Dann ist die Gesamtmenge $q = q_1 + q_2$ und der Preis $p = 12 - q_1 - q_2$. Der Gewinn der Firmen ist also $G_1 = q_1 \cdot (12 - q_1 - q_2 - w)$ und $G_2 = q_2 \cdot (12 - q_1 - q_2 - w)$. Ableiten nach der jeweils eigenen Menge ergibt $dG_1/dq_1 = 12 - 2q_1 - q_2 - w$ und $dG_2/dq_2 = 12 - 2q_2 - q_1 - w$, das setzen wir Null, lösen nach q_1 bzw. q_2 auf, und erhalten $q_1 = q_2 = (12 - w)/3$. Das setzen wir in den Gewinn der Gewerkschaften ein: $G_G = w \cdot (q_1 + q_2) = \frac{2}{3}(12 - w)w$. Um das Gewinnmaximum zu finden leiten wir nach w ab, und erhalten $dG_G/dw = \frac{4}{3}(6 - w)$. Das wird Null gesetzt und nach w aufgelöst und wir erhalten $w = 6$. (17 Punkte)

24:	a	6	b	2	c	3	d	4	e	12
-----	---	--------------	---	---	---	---	---	---	---	----

Wieviel Knorz wird insgesamt produziert?

Dazu setzen wir $w = 6$ in die gewinnmaximalen Mengen der Cournot Oligopolisten $q_1 = q_2 = (12 - w)/3$ und erhalten $q_1 = q_2 = 2$, der Gesamtoutput ist also 4. (17 Punkte)

25:	a	6	b	2	c	3	d	4	e	12
-----	---	---	---	---	---	---	---	--------------	---	----

maximal erreichbare Punktzahl: 300

davon durch Randomisieren erreichbar: 102.0