

- Sobald Sie das Aufgabenblatt erhalten, können Sie mit der Bearbeitung beginnen. Den Lösungsbogen erhalten Sie später — sie brauchen ihn erst am Ende der Klausur. Der Lösungsbogen ist bereits mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer versehen. Überprüfen Sie sicherheitshalber, ob der Name stimmt.
- Geben Sie am Ende der Klausur nur den Lösungsbogen ab. Den Aufgabenzettel, das Schmierpapier, und dieses Informationsblatt nehmen Sie nach der Klausur mit nach Hause. Wenn Sie auf dem Aufgabenzettel Ihre Lösungen markiert haben, können Sie anhand der Musterlösung leicht Ihren Erfolg kontrollieren.

**Der Lösungsbogen wird in der gleichen Reihenfolge eingesammelt, in der auch der Aufgabenbogen ausgeteilt wurde. Damit die Bearbeitungszeit für alle Kandidaten etwa gleich ist, werden verspätet abgegebene Bögen nicht gewertet.**

Bleiben Sie ruhig auf Ihrem Platz sitzen, bis auch die letzte Person ihre Klausur beendet hat. Bitte nehmen Sie Rücksicht auf die anderen Kandidaten! Jeder sollte die Klausur in einer ruhigen Umgebung zuende schreiben.

- Es sind grundsätzlich keine Hilfsmittel zugelassen. Im Einzelfall notwendige Ausnahmen (Lese- oder Schreibhilfe, Wörterbücher) klären Sie bitte vorher ab. Taschen, Taschenrechner, Mobiltelefone, Fachliteratur, Formelsammlungen, Tafelwerk, Aufzeichnungen, etc., deponieren Sie bitte vorne im Hörsaal. Schalten Sie Ihre Mobiltelefone vollständig aus, bevor Sie sie vorne im Hörsaal deponieren. Es wird Ihnen und den anderen Kandidaten leichter fallen, sich auf die Klausur zu konzentrieren, wenn nicht immer irgendwo ein Telefon klingelt oder vibriert.
- Es gibt unterschiedliche Klausurversionen. Ihre Version ist auf dem Aufgabenbogen z.B. wie folgt angegeben:

Version:	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	—	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----------	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	---	--------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------

Übertragen Sie bitte die Markierung, die Sie im Aufgabebogen finden, in Ihren Lösungsbogen, indem Sie dort die entsprechenden Felder ausfüllen.

- Ist die Lösung einer Aufgabe eine Zahl, dann übertragen Sie bitte diese Zahl in das Feld auf dem Lösungsbogen.
- Bei einigen Aufgaben mit vorgegebenen Antworten ist nur eine Antwort richtig (diese Aufgaben sind nicht besonders gekennzeichnet). Wie beim Wettbewerb erhalten Sie bei diesen Antworten nur dann die volle Punktzahl, wenn Sie nur die richtige Lösung markieren. In allen anderen Fällen bekommen Sie keinen Punkt.
- Bei anderen Aufgaben mit vorgegebenen Antworten sagen wir Ihnen nicht, wie viele Antworten richtig sind.

Diese Antworten sind mit dem Vermerk: „mehrere Antworten möglich“ gekennzeichnet. Wie im Wettbewerb bekommen Sie in diesem Fall für korrekt „ja“ und „nein“ markierte Antworten jeweils die Teilpunktzahl. Für falsch „ja“ und „nein“ markierte und für nicht markierte Antworten bekommen Sie jeweils keinen Punkt.

Beispiel: Es gibt fünf mögliche Lösungen: a, b, c, d, und e. Richtig ist c, d und e. Sie bekommen also für die richtige Antwort

Aufgabe	a	b	c	d	e
x.x: ja	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
x.x: nein	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

die volle Punktzahl. Für die Antwort

Aufgabe	a	b	c	d	e
x.x: ja	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
x.x: nein	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

erhalten Sie nur 4/5 der Punkte (a,b,d,e war richtig markiert, c war falsch markiert). Für die Antwort

Aufgabe	a	b	c	d	e
x.x: ja	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
x.x: nein	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

erhalten Sie nur 2/5 der Punkte (nur a und d war richtig markiert). Für die Antwort

Aufgabe	a	b	c	d	e
x.x: ja	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
x.x: nein	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

erhalten Sie keinen Punkt (nichts richtig markiert).

**Markieren Sie auf jeden Fall entweder ja oder nein.** Ansonsten gilt die Markierung als Fehlmarkierung, kann deshalb nur manuell bearbeitet werden. Dadurch verzögert sich die Bearbeitung für Sie und für alle anderen.

Beachten Sie, dass Sie durch zufälliges Ankreuzen bei diesen Aufgaben bereits 50% der Punktzahl bekommen. Zum Bestehen benötigen Sie mehr Punkte, als durch zufälliges Ankreuzen erreicht werden kann.

#### Die letzten fünf Minuten:

- Übertragen Sie Ihre Antworten in den Lösungsbogen bitte **erst, wenn Sie sich Ihrer Antwort sicher sind**.

Wenn Sie, trotz aller Vorsicht, ein markiertes Feld wieder „löschen“ wollen, kreuzen Sie das Feld bitte wie in diesem Beispiel durch. Im folgenden Beispiel ist nur Antwort (b) als richtig markiert:

Aufgabe	a	b	c	d	e
x.x:	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

- Vergessen Sie nicht, Ihren Lösungsbogen mit einem dokumentenechten Stift (Kugelschreiber) zu unterschreiben.
- Wir wünschen Ihnen viel Erfolg

## Einige R-Kommandos

- pchisq Verteilungsfunktion der  $\chi^2$ -Verteilung
- pnorm Verteilungsfunktion der Normalverteilung
- pt Verteilungsfunktion der  $t$ -Verteilung
- pf Verteilungsfunktion der  $F$ -Verteilung
- qchisq Quantil der  $\chi^2$ -Verteilung
- qnorm Quantil der Normalverteilung
- qt Quantil der  $t$ -Verteilung
- qf Quantil der  $F$ -Verteilung

Einige Stammfunktionen:  $\int x dx = \frac{1}{2}x^2 + C$ ;  $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ ;  $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$ ;  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$

Ableitung der Log-Likelihood Funktion:

$$\frac{d}{d\theta} \ln L(x_1, \dots, x_n | \theta) = \frac{f'(x_1 | \theta)}{f(x_1 | \theta)} + \dots + \frac{f'(x_n | \theta)}{f(x_n | \theta)}$$

Erwartungswert:  $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ ;  $E(c \cdot X) = c \cdot E(X)$

Varianz:  $\text{var}(X + Y) = \text{var}(X) + \text{var}(Y) + 2 \cdot \text{cov}(X, Y)$

Schätzer für Erwartungswert:  $\hat{\mu}_X = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_i x_i$

Schätzer für Varianz:  $\hat{\sigma}_X^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$

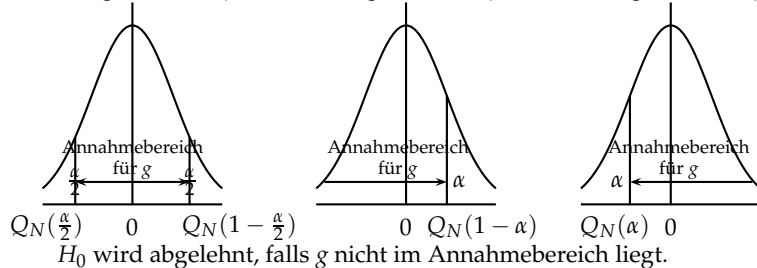
Schätzer für Standardabweichung:  $\hat{\sigma}_X = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$

Bias:  $\text{Bias}(\hat{\theta}, \theta) = E(\hat{\theta}) - \theta$

Varianz des Stichprobenmittelwertes:  $\text{var}(\bar{x}) = \frac{\sigma_x^2}{n}$

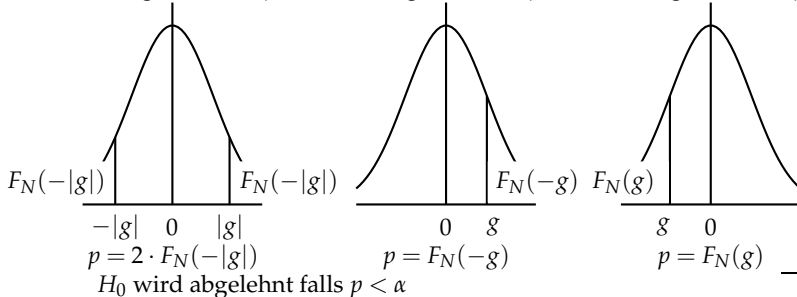
Signifikanztest: Teststatistik  $g = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$

zweiseitig ( $H_0: \bar{X} = \mu_0$ )    einseitig ( $H_0: \bar{X} \leq \mu_0$ )    einseitig ( $H_0: \bar{X} \geq \mu_0$ )



p-Wert: Teststatistik  $g = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$

zweiseitig ( $H_0: \bar{X} = \mu_0$ )    einseitig ( $H_0: \bar{X} \leq \mu_0$ )    einseitig ( $H_0: \bar{X} \geq \mu_0$ )



Standardabweichung des Stichprobenmittelwertes:  $\sigma_{\bar{x}} = \sigma_x / \sqrt{n}$

Schätzer für die Standardabweichung des Stichprobenmittelwertes:  $\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \hat{\sigma}_x / \sqrt{n}$

Konfidenzintervall für den Mittelwert:  $[\bar{x} + \sigma_{\bar{x}} \cdot Q(\frac{\alpha}{2}); \bar{x} - \sigma_{\bar{x}} \cdot Q(\frac{\alpha}{2})]$

		tatsächliche Situation	
		$H_0$ falsch	$H_0$ wahr
Testergebnis	$H_0$ wird abgelehnt (positiv)	$1 - \beta$ Sensitivität Power	$\alpha$ Signifikanzniveau Fehler 1. Art
	$H_0$ wird angenommen (negativ)	$\beta$ Fehler 2. Art	$1 - \alpha$ Spezifität

Vergleich von Mittelwerten (unverbundene Stichproben)

$$\frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_A^2}{n_A} + \frac{\hat{\sigma}_B^2}{n_B}}} \sim t_{n_A + n_B - 2}$$

Vergleich von Mittelwerten (verbundene Stichproben)

$$g = \frac{\bar{\Delta}}{\hat{\sigma}_{\Delta}} \sim t_{n-1} \text{ mit } \Delta_i = X_i - Y_i \text{ und } \hat{\sigma}_{\Delta} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\sum_{i=1}^n (\Delta_i - \bar{\Delta})^2}$$

$\chi^2$ -Kontingenztest  $e_{ij} = \frac{\sum_{j=1}^k x_{ij} \cdot \sum_{i=1}^n x_{ij}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k x_{ij}}$

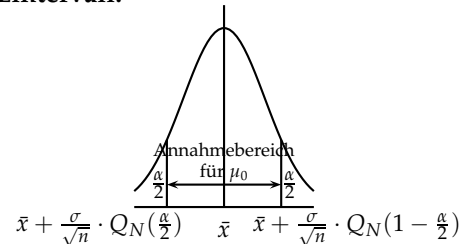
$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{(x_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \sim \chi_{(n-1) \cdot (k-1)}^2$$

$\chi^2$ -Anpassungstest:  $g = \sum_{i=1}^k \frac{(X(a_i) - n \cdot P(a_i))^2}{n \cdot P(a_i)} \sim \chi_{k-1}^2$

Test von Mittelwerten:  $g = \frac{\bar{x} - \mu_{X,0}}{\hat{\sigma}_{\bar{x}}}$  wobei  $g \sim t_{n-1}$  falls  $X$  normalverteilt, und  $g \sim N(0,1)$  falls  $n \rightarrow \infty$

AIC =  $-2 \cdot L + 2 \cdot k$  (dabei ist  $L$  die Likelihood des Modells und  $k$  die Anzahl der Parameter).

Konfidenzintervall:



$H_0: \bar{X} = \mu_0$  wird abgelehnt, falls  $\mu_0$  nicht im Annahmebereich liegt.

	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9975	0.999
qnorm(x)	1.28	1.64	1.96	2.33	2.58	2.81	3.09
qt(x,1)	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66	127.32	318.31
qt(x,2)	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92	14.09	22.33
qt(x,3)	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84	7.45	10.21
qt(x,4)	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60	5.60	7.17
qt(x,5)	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03	4.77	5.89
qt(x,6)	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71	4.32	5.21
qt(x,7)	1.41	1.89	2.36	3.00	3.50	4.03	4.79
qt(x,8)	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36	3.83	4.50
qt(x,9)	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25	3.69	4.30
qt(x,10)	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17	3.58	4.14

	0.001	0.0025	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9975	0.999
qchisq(x,1)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88	9.14	10.83
qchisq(x,2)	0.00	0.01	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60	11.98	13.82
qchisq(x,3)	0.02	0.04	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84	14.32	16.27
qchisq(x,4)	0.09	0.14	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86	16.42	18.47
qchisq(x,5)	0.21	0.31	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75	18.39	20.52
qchisq(x,6)	0.38	0.53	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55	20.25	22.46
qchisq(x,7)	0.60	0.79	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28	22.04	24.32
qchisq(x,8)	0.86	1.10	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09	21.95	23.77	26.12
qchisq(x,9)	1.15	1.45	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59	25.46	27.88
qchisq(x,10)	1.48	1.83	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19	27.11	29.59